الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية قسنطينة		**الثانوية: الحرّية**
المادة: الرياضيات		**المستوى: ثانية ثانوي**
الشعبة: الرياضيات	**الفصل الثاني**	**المعامل: 7**
الفرض الأول التجريبي	**اللقب وَالإسم:**	**المدة:1 سا**

التمرين الأول (10ن):

يحتوي صندوق على 6 كريات لا نُميّز بينها باللمس منها: ثلاثة حمراء مرّقمة بالأرقام: 1،2،3، وَكريتين سوداوين مرّقمة بـ: 1، 2 ، وَكرية صفراء مرّقمة بــ: 2 .

نسحب من الصندوق كريتين على التوالي دون إرجاع الكرية المسحوبة الأولى إلى الصندوق.

نعتبر الحوادث التالية: A :"الكريتان المسحوبتان تحملان نفس اللون ".

B :" الكريتان المسحوبتان تحملان الرقم 2 ".

C :" الكريتان المسحوبتان جداء رقميهما عدد أولي ".

1) أحسبي احتمال الحوادث التالية:A ، B ، C وَ$A \cap C$.

2) استنتجي $P(\bar{A})$ وَ$P(A \cup C)$.

3) نعتبر اللعبة التالية: يربح اللاعب$30DA$ كلما ظهرت كرية حمراء اللون، وَيخسر $20DA$ كلما ظهرت كرية سوداء اللون، وَيخسر$5DA$ كلما ظهرت كرية صفراء اللون. وَليكن X المتغيّر العشوائي الذي يُمثّل ربح أَوْ خسارة اللاعب.

أ- عيّني قيّم المتغيّر العشوائي X وَعرّفي قانون احتماله.

ب- هل اللعبة في صالح اللاعب؟ علّلي.

التمرين الثاني (10ن):

صندوق U_1 يحتوي على 6 كريات بيضاء وَ4 خضراء، وَصندوق U_2 يحتوي على 3 كريات بيضاء وَكرية خضراء وَكرية زرقاء.

- جميع الكريات متماثلة لا نُفرّق بينها باللمس.

1) نسحب عشوائيًا من الصندوق U_1 ثلاث كريات على التوالي دون إرجاع.

أ- أحسبي احتمال الحصول على ثلاث كريات من نفس اللون.

ب- أحسبي احتمال الحصول على كرية خضراء على الأقل.

2) نسحب عشوائيًا كريتين في آنٍ واحد من الصندوق U_1 وَكرية من الصندوق U_2.

ليكن المتغيّر العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الخضراء المسحوبة.

أ- عرّفي قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي X.

ب- أحسبي أمله الرياضياتي $E(X)$، ثُمّ إستنتجي $E(2026X + 1447)$.

3) نُضيف n كرية خضراء إلى الصندوق U_1 وَn كرية خضراء إلى الصندوق U_2 وَنسحب عشوائيًا كرية واحدة من الصندوق U_1 وَكرية واحدة من الصندوق U_2.

لتكن A :"حادثة الحصول على كريتين من نفس اللون ".

- عيّني قيمة n حتى يكون:$P(A) = \frac{25}{63}$.

ملاحظات هامة جداً:

1) يُمنع منعاً باتاً التشطيب وَالكتابة تكون إما بالأزرق أَوْ الأسود وَلا تكون بقلم الرصاص مطلقاً.

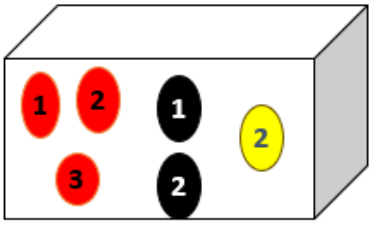
2) لا تكتبي وَلا تُلطخي هذه الورقة لأنّك ستُرجعيها مع ورقة الإجابة.

3) يُمنع إستعمال الآلة الحاسبة ذات الشاشة التي يزيد عرضها عن $2cm$.

بالتوفيق ـــــــــــ الثلاثاء 13 يناير 2026 ـــــــــــ الأستاذة زعتر آمال

الإجابة النموذجية	العلامة

التمرين الأول: (التمرين الثاني في اختبار الفصل الأول لمدرسة أشبال الأمة بالمسيلة /ن ع 1 للموسم الدراسي 2025/2024: يحتوي صندوق على 6 كريات لا نُميّز بينها باللمس منها: ثلاثة حمراء مرّقمة بالأرقام: 1،2،3، وَكريتين سوداوين مرّقمة بـ: 1، 2 ، وَكرية صفراء مرّقمة بـ: 2 . نسحب من الصندوق كريتين على التوالي دون إرجاع الكرية المسحوبة الأولى إلى الصندوق. **(10 ن)**



3R+2B+1Y= 6 كريات

1) حساب احتمال الحوادث التالية: A ، B ، C وَ $A \cap C$: نلجأ لجدول الإمكانات الكلية:
(نرمز لـ R للكرية الحمراء وَ B السوداء وَ Y الصفراء).

2 \ 1	R_1	R_2	R_3	B_1	B_2	Y_2
R_1		$(R_2;R_1)$	$(R_3;R_1)$	$(B_1;R_1)$	$(B_2;R_1)$	$(Y_2;R_1)$
R_2	$(R_1;R_2)$		$(R_3;R_2)$	$(B_1;R_2)$	$(B_2;R_2)$	$(Y_2;R_2)$
R_3	$(R_1;R_3)$	$(R_2;R_3)$		$(B_1;R_3)$	$(B_2;R_3)$	$(Y_2;R_3)$
B_1	$(R_1;B_1)$	$(R_2;B_1)$	$(R_3;B_1)$		$(B_2;B_1)$	$(Y_2;B_1)$
B_2	$(R_1;B_2)$	$(R_2;B_2)$	$(R_3;B_2)$	$(B_1;B_2)$		$(Y_2;B_2)$
Y_2	$(R_1;Y_2)$	$(R_2;Y_2)$	$(R_3;Y_2)$	$(B_1;Y_2)$	$(B_2;Y_2)$	

حيث: $card\Omega = 30$.

الطريقة الأولى (مستوى ثانية ثانوي):

A :"الكريتان المسحوبتان تحملان نفس اللون ". وَمنه:

0.5 $A = \{(R_2;R_1);(R_3;R_1);(R_1;R_2);(R_1;R_3);(R_2;R_3);(R_3;R_2);(B_2;B_1);(B_1;B_2)\}$.

0.5 وَمنه: $cardA = 8$. أي: $P(A) = \frac{card\,A}{card\Omega} = \frac{8}{30}$ ، إذن: $P(A) = \frac{4}{15}$.

الطريقة الثانية (مستوى ثالثة ثانوي): بما أنّ السحب على التوالي وَدون ارجاع، نستخدم الترتيبة، حيث:

$n = 6$ وَ $p = 2$ ، وَمنه: $card\Omega = A_6^2 = \frac{6!}{(6-2)!} = \frac{6\times5\times4!}{4!} = 30$.

وَالحادثة A:نسحب كريتين حمراوين من 3 (A_3^2) أَوْ كريتين سوداوين من 2 (A_2^2)،

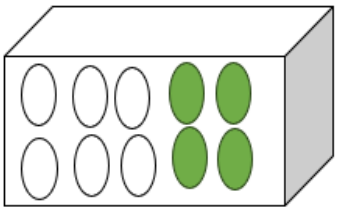
حيث: $P(A) = \frac{card\,A}{card\Omega} = \frac{2!}{2!} \times \frac{A_3^2 + A_2^2}{A_6^2} = \frac{\frac{3!}{(3-2)!} + \frac{2!}{(2-2)!}}{30} = \frac{6+2}{30} = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$.

B : " الكريتان المسحوبتان تحملان الرقم 2 ".

الطريقة الأولى (مستوى ثانية ثانوي):

0.5 $B = \{(B_2;R_2);(Y_2;R_2);(R_2;B_2);(Y_2;B_2);(R_2;Y_2);(B_2;Y_2)\}$.

0.5	وَمنه: $cardB = 6$. أي: $P(B) = \frac{cardB}{card\Omega} = \frac{6}{30}$ ، إذن: $P(B) = \frac{1}{5}$.
	الطريقة الثانية (مستوى ثالثة ثانوي): نسحب كريتين رقميهما 2 من 3 (A_3^2)،
	حيث: $P(B) = \frac{cardB}{card\Omega} = \frac{2!}{2!} \times \frac{A_3^2}{A_6^2} = \frac{\frac{3!}{(3-2)!}}{30} = \frac{6}{30}$، إذن: $P(B) = \frac{1}{5}$.
	C : " الكريتان المسحوبتان جداء رقميهما عدد أولي ":
	الطريقة الأولى (مستوى ثانية ثانوي): لدينا: $2 \times 1 = 1 \times 2$
	وَ $3 \times 1 = 3 \times 3$، وَ 2 وَ 3 عددان أوليان، (لأنّ: $1 \times 1 = 1$ وَ $2 \times 2 = 4$
	وَ $2 \times 3 = 6$ مع $\{1; 4; 6\}$ ليست أعداد أولية). وَمنه:
0.5	$C = \{(R_2; R_1); (R_3; R_1); (B_2; R_1); (Y_2; R_1); (R_1; R_2); (B_1; R_2); (R_1; R_3); (B_1; R_3); (R_2; B_1); (R_3; B_1); (B_2; B_1); (Y_2; B_1); (R_1; B_2); (B_2; B_1); (R_1; Y_2); (B_1; Y_2)\}$
0.5	وَمنه: $cardC = 16$. أي: $P(C) = \frac{cardC}{card\Omega} = \frac{16}{30}$ ، إذن: $P(C) = \frac{8}{15}$.
	الطريقة الثانية (مستوى ثالثة ثانوي): نسحب كرية رقمها 1 من 2 (A_2^1) وَنسحب كرية رقمها 2 من 3 (A_3^1)، أَوْ نسحب كرية رقمها 1 من 2 (A_2^1) وَنسحب كرية رقمها 3 من 1 (A_1^1)،(مع مراعاة معامل الترتيب)،
	حيث: $P(C) = \frac{cardC}{card\Omega} = \frac{2!}{1!\times 1!} \times \frac{A_2^1 \times A_3^1 + A_2^1 \times A_1^1}{A_6^2} = 2 \times \frac{2\times 3 + 2\times 1}{30} = \frac{16}{30}$،
	إذن: $P(C) = \frac{8}{15}$.
	$A \cap C$:"الكريتان المسحوبتان تحملان نفس اللون وَجداء رقميهما هو عدد أولي":
0.5	$A \cap C = \{(R_2; R_1); (R_3; R_1); (R_1; R_2); (R_1; R_3); (B_2; B_1); (B_1; B_2)\}$
	وَمنه: $card(A \cap C) = 6$. أي: $P(A \cap C) = \frac{card(A\cap C)}{card\Omega} = \frac{6}{30}$ ،
0.5	إذن: $P((A \cap C)) = \frac{1}{5}$.
	2) استنتاج $P(\bar{A})$ وَ $P(A \cup C)$:
0.5x2	نعلم أنّ: $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{4}{15} = \frac{15-4}{15}$، إذن: $P(\bar{A}) = \frac{11}{15}$.
0.5	وَنعلم أنّ: $P(A \cup C) = P(A) + P(B) - P(A \cap C)$ ، وَبالتعويض، نجد أنّ:
0.5	$P(A \cup C) = \frac{4}{15} + \frac{8}{15} - \frac{1}{5} = \frac{12-3}{15} = \frac{9}{15}$، إذن: $P(A \cup C) = \frac{3}{5}$.
	3) نعتبر اللعبة التالية: يربح اللاعب $30DA$ كلما ظهرت كرية حمراء اللون، وَيخسر $20DA$ كلما ظهرت كرية سوداء اللون، وَيخسر $5DA$ كلما ظهرت كرية صفراء اللون.
	وَليكن X المتغيّر العشوائي الذي يُمثّل ربح أَوْ خسارة اللاعب.
	أ- تعيين قيّم المتغيّر العشوائي X وَتعريف قانون احتماله:
	- إذا سحب اللاعب كريتين حمراوين، يكون رصيده هو $60DA$، حيث: $2 \times 30 = 60$
0.25	$\{(R_2; R_1); (R_3; R_1); (R_1; R_2); (R_1; R_3); (R_2; R_3); (R_3; R_2)\}$،
0.25	أي: $P(X = 60) = \frac{6}{30}$.
	- إذا سحب كرية حمراء وَكرية سوداء، يكون رصيده $10DA$، حيث: $30 - 20 = 10$
0.25	$\{(B_1; R_1); (B_2; R_1); (B_1; R_2); (B_2; R_2); (B_1; R_3); (B_2; R_3); (R_1; B_1); (R_2; B_1); (R_3; B_1); (R_1; B_2); (R_2; B_2); (R_3; B_2)\}$

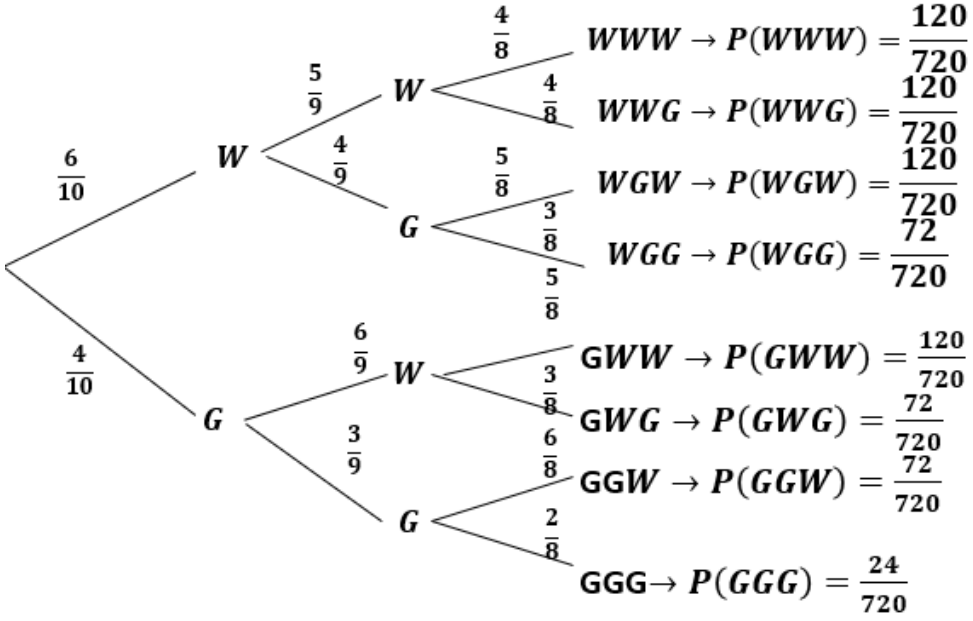
0.25	أي: $P(X=10)=\frac{12}{30}$.
0.25 0.25	- إذا سحب كرية حمراء وَكرية صفراء، يكون رصيده $25DA$ $30-5=25DA$، حيث: $\{(Y_2;R_1);(Y_2;R_2);(Y_2;R_3);(R_1;Y_2);(R_2;Y_2);(R_3;Y_2)\}$
0.25x2	أي: $P(X=25)=\frac{6}{30}$. - إذا سحب كريتين سوداويين، يكون رصيده $-40DA$ $-20-20=-40$، حيث: $\{(B_2;B_1);(B_1;B_2)\}$، أي: $P(X=-40)=\frac{2}{30}$.
0.25x2	- إذا سحب كرية سوداء وَكرية صفراء، يكون رصيده $-25DA$ $-20-5=-25$، حيث: $\{(Y_2;B_1);(Y_2;B_2);(B_1;Y_2);(B_2;Y_2)\}$ ، أي: $P(X=-25)=\frac{4}{30}$.
0. 5	وَمنه: قيّم المتغيّر العشوائي X هي: $X(\Omega)\in\{-40;-25;10;25;60\}$.
0. 5	وَقانون احتماله: X_i: -40 | -25 | 10 | 25 | 60 | Σ P_i: $\frac{2}{30}$ | $\frac{4}{30}$ | $\frac{12}{30}$ | $\frac{6}{30}$ | $\frac{6}{30}$ | 1
0.25 0.25	**ب-هل اللعبة في صالح اللاعب؟** يجب حساب الأمل الرياضياتي، حيث: $E(X)=\sum X_iP_i=\frac{-40\times2-25\times4+10\times12+25\times6+60\times6}{30}$ ، أي: $E(X)=\frac{450}{30}$. إذن: $E(X)=15$، وَبما أنّ الأمل الرياضياتي موجبًا، فإنّ اللعبة في صالح اللاعب.
(ن10)	**التمرين الثاني:(التمرين الثاني الوارد في الاختبار الأول لثانوية الصادق حماني للرياضيات بقسنطينة للموسم الدراسي 2026/2025):** صندوق U_1 يحتوي على 6 كريات بيضاء وَ4 خضراء، وَصندوق U_2 يحتوي على 3 كريات بيضاء وَكرية خضراء وَكرية زرقاء، (جميع الكريات متماثلة لا نُفرّق بينها باللمس).  10 كريات =6W+4G 1) نسحب عشوائيًا من الصندوق U_1 ثلاث كريات على التوالي دون إرجاع: (نرمز لـ W للكرية البيضاء وَ G الخضراء).
0.5	**أ- حساب C :"احتمال الحصول على ثلاث كريات من نفس اللون":** أي ثلاث كريات بيضاء من ستة أوْ ثلاث كريات خضراء من أربعة: وَمنه:(حسب الشجرة).
0.5	$P(C)=P(WWW)+P(GGG)=\frac{120+24}{720}=\frac{144}{720}$ ، إذن: $P(C)=\frac{1}{5}$.
0.5	**ب- حساب B :"احتمال الحصول على كرية خضراء على الأقل":** نستخدم الحادثة المعاكسة، $\bar{B}$:"احتمال عدم الحصول على كرية خضراء ":

0.5

$P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - P(WWW) = 1 - \frac{120}{720} = \frac{600}{720}$ ، إذن: $P(B) = \frac{5}{6}$.

1

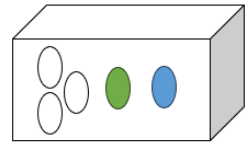
وَالشجرة موضحة كما يلي:



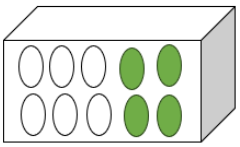
1

2) نسحب عشوائيًا كريتين في آنٍ واحد من الصندوق U_1 وَكرية من الصندوق U_2.
ليكن المتغيّر العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الخضراء المسحوبة.

أ- تعريف قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي X:



(U_2)3W+1G+1B= 6 كريات



(U_1)6W+4G= 10 كريات

نستخدم المجدول لإيجاد الحالات الكلية كما هو موضح:

	W	W	W	W	W	W	G	G	G	G
W		WW	WW	WW	WW	WW	GW	GW	GW	GW
W			WW	WW	WW	WW	GW	GW	GW	GW
W				WW	WW	WW	GW	GW	GW	GW
W					WW	WW	GW	GW	GW	GW
W						WW	GW	GW	GW	GW
W							WG	WG	WG	WG
G								GG	GG	GG
G									GG	GG
G										GG
G										

(نرمز لـ W للكرية البيضاء وَ G الخضراء وَ B الزرقاء).

حيث: $card\ \Omega = 45$.

0.25 - سحب كريتين بيضاوين من الصندوق U_1 (15 حالة)، ثُمّ يسحب من الصندوق U_2 كرية بيضاء من ثلاث أَوْ يسحب كريتين بيضاويين من الصندوق U_1 وَكرية زرقاء من الصندوق U_2 ، حيث:

0.25 $$P(X=0) = P\left((WW)_{U_1}\right) \times P\left(W_{U_2}\right) + P\left((WW)_{U_1}\right) \times P\left(B_{U_2}\right)$$

أي: $P(X=0) = \frac{15}{45} \times \frac{3}{5} + \frac{15}{45} \times \frac{1}{5} = \frac{60}{225}$.

0.25 - سحب كرية بيضاء وَكرية خضراء من الصندوق U_1 (24 حالة)، ثُمّ يسحب من الصندوق U_2 كرية بيضاء من ثلاث أَوْ كرية بيضاء وَكرية خضراء من الصندوق U_1 وَكرية زرقاء من الصندوق U_2 ، أَوْ يسحب كريتين بيضاويين من الصندوق U_1 وَكرية خضراء من الصندوق U_2 ، حيث:

0.25 $$P(X=1) = P\left((WG)_{U_1}\right) \times P\left(G_{U_2}\right) + P\left((WG)_{U_1}\right) \times P\left(B_{U_2}\right) + P\left((WW)_{U_1}\right) \times P\left(G_{U_2}\right)$$

أي: $P(X=1) = \frac{24}{45} \times \frac{3}{5} + \frac{24}{45} \times \frac{1}{5} + \frac{15}{45} \times \frac{1}{5} = \frac{111}{225}$.

0.25 - سحب كريتين خضراوين من الصندوق U_1 (6 حالات)، ثُمّ يسحب من الصندوق U_2 كرية بيضاء من ثلاث أَوْ يسحب كريتين خضراوين من الصندوق U_1 وَكرية زرقاء من الصندوق U_2 ، أَوْ يسحب كرية خضراء وَبيضاء من الصندوق U_1 (24 حالة)، ثُمّ يسحب كرية خضراء من الصندوق U_2 ، حيث:

0.25 $$P(X=2) = P\left((GG)_{U_1}\right) \times P\left(W_{U_2}\right) + P\left((GG)_{U_1}\right) \times P\left(B_{U_2}\right)$$

أي: $P(X=2) = \frac{6}{45} \times \frac{3}{5} + \frac{6}{45} \times \frac{1}{5} + \frac{24}{45} \times \frac{1}{5} = \frac{48}{225}$.

0.25 - سحب كريتين خضراوين من الصندوق U_1 (6 حالات)، ثُمّ يسحب من الصندوق U_2 كرية خضراء، حيث:

0.25 $$P(X=3) = P\left((GG)_{U_1}\right) \times P\left(G_{U_2}\right)$$

أي: $P(X=3) = \frac{6}{45} \times \frac{1}{5} = \frac{6}{225}$.

0.5 وَمنه: قيّم المتغيّر العشوائي X هي: $X(\Omega) \in \{0;1;2;3\}$. وَقانون احتماله:

X_i	0	1	2	3	Σ
P_i	$\frac{60}{225}$	$\frac{111}{225}$	$\frac{48}{225}$	$\frac{6}{225}$	1

0.5

ب-حساب الأمل الرياضياتي: نعلم أنّ:

0.25 $$E(X) = \sum_{i=0}^{i=3} X_i P_i = \frac{0 \times 60 + 1 \times 111 + 2 \times 48 + 3 \times 6}{225} = \frac{225}{225}$$

0.25 إذن: $E(X) = 1$.

-استنتاج $E(2026X + 1147)$: نعلم أنّ: $E(aX+b) = aE(X) + b$ ،

0.25 وَمنه: $E(2026X + 1447) = 2026E(X) + 1447 = 2026 + 1447$

0.25 إذن: $E(2026X + 1447) = 3473$.

3) نُضيف n كرية خضراء إلى الصندوق U_1 وَ n كرية خضراء إلى الصندوق U_2

وَنسحب عشوائيًا كرية واحدة من الصندوق U_1 وَكرية واحدة من الصندوق U_2. لتكن A :"حادثة الحصول على كريتين من نفس اللون ". **ـ تعيين قيمة n حتى يكون: $P(A)=\frac{25}{63}$:** أصبح عدد كريات الصندوق U_1 هو $(n+10)$ وَفي الصندوق U_2 هو $(n+5)$، وَللحصول على كريتين من نفس اللون، معناه نسحب كرية بيضاء من الصندوق U_1 وَكرية بيضاء من الصندوق U_2، (أي: $\frac{6}{n+10}\times\frac{3}{n+5}$).	0.25
أَوْ نسحب كرية خضراء من الصندوق U_1 وَكرية خضراء من الصندوق U_2، (أي: $\frac{n+4}{n+10}\times\frac{n+1}{n+5}$).	0.25
وَمنه: $P(A)=P(W_{U_1})\times P(W_{U_2})+P(G_{U_1})\times P(G_{U_2})$	
أي: $P(A)=\frac{6}{n+10}\times\frac{3}{n+5}+\frac{n+4}{n+10}\times\frac{n+1}{n+5}=\frac{n^2+5n+22}{n^2+15n+50}=\frac{25}{63}$.	0.25
وَمنه: $63n^2+315n+1386-25n^2-375n-1250=0$ أي: $38n^2-60n+136=0$،	0.25
نحسب المميّز: $\Delta=b^2-4ac=3600-20672=-17072$. وَبما أنّ المميّز سالب، فإنّ المعادلة لا تقبل حلول في $\mathbb{N}$.	0.5