المستوى: الثانية علوم تجريبية	جانفي 2021
الفرض الثاني في مادة الرياضيات	المدة : 2 سا

التمرين الأول(8 ن)

ليكن $P(x)$ كثير حدود حيث : $P(x) = 2x^3 - 13x^2 + 13x + 10$

1- بين أن العدد 2 هو جذر لكثير الحدود $P(x)$

2- جد كثير الحدود $Q(x)$ بحيث يكون من اجل كل عدد حقيقي x :

$P(x) = (x-2)\,Q(x)$

3- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $P(x) = 0$

4- ادرس إشارة $P(x)$ ثم استنتج حلول المتراجحة $P(x) < 0$

5- استنتج حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x :

$$2x\sqrt{x} - 13x + 13\sqrt{x} + 10 = 0$$

التمرين الثاني(12 ن)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ ب :

$$f(x) = \frac{3x-2}{x-2}$$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O ; \vec{\imath} ; \vec{\jmath})$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

2) عين نقط تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات.

3) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين (T) و (T') الذين يوازيان المستقيم (D) ذو المعادلة $y = -x + 3$. ثم اكتب معادلة المماسين (T) و(T')

4) ادرس الوضعية النسبية لكل من (C_f) و (T). ثم (C_f) و (T')

5) بين أن النقطة $\Omega\ (2\ ;\ 3)$ مركز تناظر ل(C_f) .

6) ارسم المنحنى (C_f) على المجال $[-2\ ;\ 6]$

7) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ - $\{2\}$ ب :

$$g(x)=\frac{3|x|-2}{|x|-2}$$

ليكن (C_g) تمثيلها البياني في نفس المعلم.

أ) اشرح كيف يمكن رسم (C_g) انطلاقا من (C_f).

ب) ارسم المنحنى (C_g) .

بالتوفيق **أستاذة المادة: سوالمي. خ.**

إن النجاح هو ذلك البحر الذي لا يستطيع أن يسبح فيه الفاشلون ...

التصحيح النموذجي

التمرين	الحل	التنقيط	
التمرين 1	1- نبين أن العدد 2 هو جذر ل $P(x)$ $P(2) = 2\,(2)^3 - 13\,(2)^2 + 13\,(2) + 10 = 52 - 52 = 0$ و منه 2 هو جذر ل $P(x)$	1 ن	8 ن
	2- إيجاد كثير الحدود $Q(x)$ باستعمال طريقة القسمة الاقليدية أو المطابقة نجد : $Q(x) = 2x^2 - 9x - 5$	2 ن	
	3- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$: معناه $(x-2)\,Q(x) = 0$ إما $(x-2) = 0$ أو $2x^2 - 9x - 5 = 0$ ومنه $(x=2)$ أو $\Delta = 121$ للمعادلة حلين مختلفين هما $x_2 = 5$ و $x_1 = -\frac{1}{2}$ إذن $S = \{\frac{-1}{2}; 2; 5\}$	1.5 ن	
	4- إشارة $P(x)$	1 ن	
	استنتاج حلول المتراجحة $P(x) < 0$ $S =]-\infty ; -\frac{1}{2}[\cup]2 ; 5[$	1 ن	
	- استنتاج حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x		

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		2		5		$+\infty$
$x-2$	-		-	0	+		+		
$Q(x)$	+	0	-		-	0	+		
$P(x)$	-	0	+	0	-	0	+		

	$2\,x\sqrt{x}-13\,x+13\sqrt{x}+10=0$ نضع $x=t^2$ و منه $t=\sqrt{x}$ و $t^3=x\sqrt{x}$ مع $t>0$ و منه تصبح المعادلة $2\,t^3-13\,t^2+13\,t+10=0$ و منه $t_3=5$; $t_2=2$ و $t_1=-\frac{1}{2}$ مرفوض . إذن : $S=\{4\,;25\}$	1.5 ن	

التمرين 2	1) اتجاه تغير الدالة f . • تعيين f' مشتقة الدالة f و دراسة إشارتها. f دالة قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ - {2} و دالتها المشتقة هي : $f'(x) = \frac{-4}{(x-2)^2}$	1 ن	12ن
	• إشارة $f'(x)$: نلاحظ أنه من اجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ - {2} : $f'(x) < 0$ • و منه الدالة f متناقصة تماما على المجال $\mathbb{R}$ - {2} جدول التغيرات	1 ن	

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	−	‖	−
$f(x)$	↘	‖	↘

2) نقط تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات.

• مع محور الفواصل معناه $y=0$

و منه $(C_f) \cap (xx') = \{A(\frac{3}{2}; 0)\}$ 1 ن

• مع محور التراتيب معناه $x=0$

و منه $(C_f) \cap (yy') = \{B(0; 1)\}$

3) نبين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين (T) و (T') الذين يوازيان المستقيم (D) ذو $y = -x + 3$

معناه $f'(x) = -1$ و منه $\frac{-4}{(x-2)^2} = -1$ 1.5 ن

إذن $x=0$ أو $x = 4$

• معادلة المماسين (T) و (T') 1.5ن

$(T) : y= -x +9$; $(T') : y= -x +1$

4) الوضعية النسبية لكل من (C_f) و (T) . ثم (C_f) و (T')

- الوضعية النسبية ل (C_f) و (T)

$f(x)-y = \frac{x^2-8x+16}{x-2}$ 1 ن

(C_f) فوق (T) على $]4;+\infty[\cup]2;4[$.

(C_f) تحت (T) على $]-\infty ; 2[$

(C_f) يقطع (T) عند النقطة $(5 ; 4)$

- الوضعية النسبية ل (C_f) و (T')

$f(x)-y = \frac{x^2}{x-2}$

(C_f) فوق (T') على $]2 ; +\infty[$. (C_f) تحت (T') على $]-\infty ; 2[$ 1 ن

(C_f) فوق (T') على $]-\infty ;0[\cup]2; +\infty[$.

(C_f) تحت (T') على $]0 ; 2[$

(C_f) يقطع (T') عند النقطة $(1 ; 0)$

5) نبين أن النقطة $\Omega(2 ; 3)$ مركز تناظر ل(C_f)

يكفي إثبات أن $f(4-x)+f(x)=6$ 1 ن

	1 ن	6) رسم المنحنى (C_f). على المجال $[-2\ ;\ 6]$	
	1 ن	7) أ) الشرح كيف يمكن رسم (C_g) انطلاقا من (C_f)	
	1 ن	$g(x) = \begin{cases} f(x) & si \quad x \in [0\ ,2[\cup]2\ ,+\infty[\\ f(-x) & si \quad x \in\ ]-\infty;2[\end{cases}$	
		لما $x \in [0\ ,2[\cup]2\ ,+\infty[$ فإن (C_f) و (C_g) منطبقان . لما $x \in\ ]-\infty;2[$ فإن (C_g) نظير (C_f) بالنسبة إلى محور التراتيب.	
	1 ن	ب) رسم المنحنى (C_g)	