



جانفي 2021

المستوى: الثانية علوم تجريبية

المدة : 2 سا

الفرض الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول (8 ن)

ليكن $P(x) = 2x^3 - 13x^2 + 13x + 10$ كثير حدود حيث :

1- بين أن العدد 2 هو جذر لكثير الحدود $P(x)$

2- جد كثير الحدود $Q(x)$ بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي x :

$$P(x) = (x-2) Q(x)$$

3- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $P(x) = 0$

4- ادرس إشارة $P(x)$ ثم استنتج حلول المتراجحة $P(x) < 0$

5- استنتج حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x :

$$2x\sqrt{x} - 13x + 13\sqrt{x} + 10 = 0$$

التمرين الثاني (12 ن)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ ب :

$$f(x) = \frac{3x-2}{x-2}$$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس

$$(O; \vec{i}; \vec{j})$$

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) عين نقط تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات.

(3) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين (T) و (T') الذين يوازيان المستقيم (D) ذو

المعادلة $y = -x + 3$. ثم اكتب معادلة المماسين (T) و (T')

(4) ادرس الوضعية النسبية لكل من (C_f) و (T). ثم (C_f) و (T')

(5) بين أن النقطة $\Omega (2 ; 3)$ مركز تناظر لـ (C_f) .

(6) ارسم المنحنى (C_f) على المجال $[-2 ; 6]$

(7) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ ب :

$$g(x) = \frac{3|x|-2}{|x|-2}$$

ليكن (C_g) تمثيلها البياني في نفس المعلم.

أ) اشرح كيف يمكن رسم (C_g) انطلاقاً من (C_f) .

ب) ارسم المنحنى (C_g) .

أستاذة المادة: سوالمي. خ.

بالتوفيق

إن النجاح هو ذلك البحر الذي لا يستطيع أن يسبح فيه الفاشلون ...

التصحيح النموذجي

التمرين		الحل	التنقيط																								
1	ن 1	1- نبين أن العدد 2 هو جذر لـ $P(x)$ $P(2) = 2 (2)^3 - 13 (2)^2 + 13 (2) + 10 = 52 - 52 = 0$ و منه 2 هو جذر لـ $P(x)$ 2- إيجاد كثير الحدود $Q(x)$ باستعمال طريقة القسمة الاقليدية أو المطابقة نجد : $Q(x) = 2 x^2 - 9 x - 5$ 3- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $P(x) = 0$ معناه $(x-2) Q(x) = 0$ إما $(x-2) = 0$ أو $2 x^2 - 9 x - 5 = 0$ و منه $(x=2)$ أو $\Delta = 121$ للمعادلة حلين مختلفين هما $x_1 = -\frac{1}{2} \text{ و } x_2 = 5$ إذن $S = \{ \frac{-1}{2}; 2; 5 \}$ 4- إشارة $P(x)$ <table border="1"><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$-\frac{1}{2}$</td><td>2</td><td>5</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$x - 2$</td><td>-</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>+</td></tr><tr><td>$Q(x)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>$P(x)$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>+</td></tr></table> استنتاج حلول المتراجحة $P(x) < 0$ $S =] - \infty ; -\frac{1}{2}] \cup [2 ; 5 [$ - استنتاج حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x	x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	2	5	$+\infty$	$x - 2$	-	-	0	+	+	$Q(x)$	+	0	-	0	+	$P(x)$	-	0	+	0	+	ن 8
	x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	2	5	$+\infty$																					
	$x - 2$	-	-	0	+	+																					
	$Q(x)$	+	0	-	0	+																					
	$P(x)$	-	0	+	0	+																					
ن 1.5																											
ن 1																											
ن 1																											
ن 1																											

$$2x\sqrt{x} - 13x + 13\sqrt{x} + 10 = 0$$

نضع $t^2 = x$ و منه $t = \sqrt{x}$ و $t^3 = x\sqrt{x}$ مع $t > 0$

و منه تصبح المعادلة $2t^3 - 13t^2 + 13t + 10 = 0$

و منه $t_1 = -\frac{1}{2}$ مرفوض . $t_2 = 2$; $t_3 = 5$

إذن :

$$S = \{ 4; 25 \}$$

1.5 ن

التمرين 2

(1) اتجاه تغير الدالة f .

• تعيين f' مشتقة الدالة f و دراسة إشارتها.

f دالة قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R} - \{2\}$ و دالتها المشتقة هي :

$$f'(x) = \frac{-4}{(x-2)^2}$$

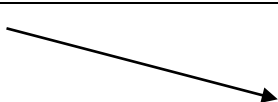
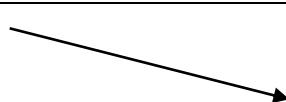
• إشارة $f'(x)$:

نلاحظ أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{2\}$:

$$f'(x) < 0$$

• و منه الدالة f متناقصة تماما على المجال $\mathbb{R} - \{2\}$

جدول التغيرات

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	-		-
$f(x)$			

(2) نقط تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات.

• مع محور الفواصل معناه $y=0$

$$(C_f) \cap (xx') = \{A(\frac{3}{2}; 0)\}$$

• مع محور الترتيب معناه $x=0$

$$(C_f) \cap (yy') = \{B(0; 1)\}$$

(3) نبين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين (T) و (T') الذين يوازيان المستقيم

$$(D) : y = -x + 3$$

$$\frac{-4}{(x-2)^2} = -1 \text{ و منه } f'(x) = -1$$

$$\text{إذن } x=0 \text{ أو } x=4$$

• معادلة المماسين (T) و (T')

$$(T) : y = -x + 9 ; (T') : y = -x + 1$$

12ن

1 ن

1 ن

1 ن

1.5 ن

1.5 ن

4) الوضعية النسبية لكل من (C_f) و (T) . ثم (C_f) و (T')

• الوضعية النسبية ل (C_f) و (T)

$$f(x)-y = \frac{x^2-8x+16}{x-2}$$

1 ن

(C_f) فوق (T) على $]2; 4[\cup]4; +\infty[$.

(C_f) تحت (T) على $] -\infty; 2 [$

(C_f) يقطع (T) عند النقطة $(4; 5)$

• الوضعية النسبية ل (C_f) و (T')

$$f(x)-y = \frac{x^2}{x-2}$$

1 ن

(C_f) فوق (T') على $]2; +\infty[$. (C_f) تحت (T') على $] -\infty; 2 [$

(C_f) فوق (T') على $] -\infty; 0[\cup]2; +\infty[$.

(C_f) تحت (T') على $]0; 2 [$

(C_f) يقطع (T') عند النقطة $(0; 1)$

5) نبين أن النقطة $(2; 3) \in \Omega$ مركز تناظر ل (C_f)

1 ن

يكفي إثبات أن $f(4-x)+f(x)=6$

	1 ن	(6) رسم المنحنى (C_f). على المجال $[-2 ; 6]$ (7) أ) الشرح كيف يمكن رسم (C_g) انطلاقاً من (C_f)	
	1 ن	$g(x) = \begin{cases} f(x) & \text{si } x \in [0, 2[\cup]2, +\infty[\\ f(-x) & \text{si } x \in]-\infty; 2[\end{cases}$ لما $x \in [0, 2[\cup]2, +\infty[$ فإن (C_f) و (C_g) منطبقان . لما $x \in]-\infty; 2[$ فإن (C_g) نظير (C_f) بالنسبة إلى محور الترتيب.	
	1 ن	ب) رسم المنحنى (C_g)	