28 / 12 / 2020	المدة : ساعة و نصف	
فرض الثلاثي الأول في مادة الرياضيات للقسم 2 تر		سلم التنقيط
اللقب :	الاسم :	النقطة : /20

التمرين الأول : (14.5 نقطة)

الجزء 1 : لتكن الدالة f المعرفة بـ: $f(x)=\dfrac{-2x+7}{x-3}$

و (C_f) منحناها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

➢ جد D_f مجموعة تعريف الدالة f .

0.75 ..... تكافئ ..... بالتالي : $D_f=$.....

➢ عين العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل x من D_f : $f(x)=a+\dfrac{b}{x-3}$

0.50 $f(x)=$.....

نضع : $\begin{cases}\text{.....}\\ \text{.....}\end{cases}$

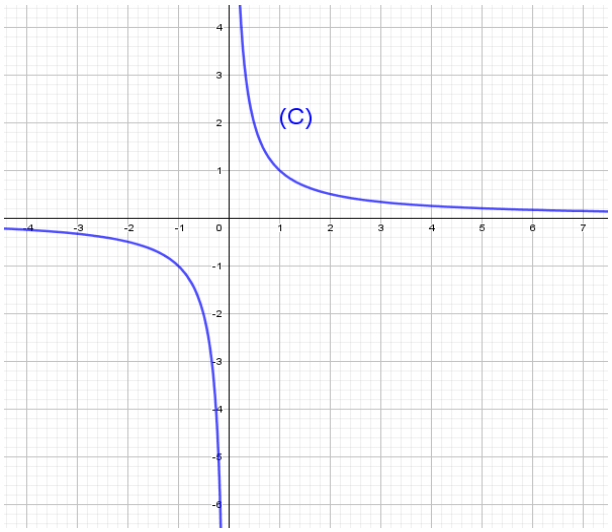
1.00 $\begin{cases}a=.....\\ b=.....\end{cases}$ يعني : $\begin{cases}\text{.....}\\ \text{.....}\end{cases}$ .....

بالتالي : $f(x)=.....+\dfrac{.....}{x-3}$

➢ استنتج طريقة لإنشاء المنحنى (C_f) على D_f انطلاقا من منحنى الدالة مقلوب (C) على المجال $\mathbb{R}^*$ ثم أنشئه.

0.50 المنحنى (C_f) على D_f هو .....

.....



➢ استنتج جدول تغيرات الدالة f على D_f .

x	$-\infty$ ..... $+\infty$
$f(x)$	

0.50

لتكن النقطة Ω ذات الإحداثيات $(-2;3)$ في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$

➢ بعد تعيين دساتير تغيير المعلم بين أن معادلة المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المعلم $(\Omega;\vec{i};\vec{j})$ هي : $Y=\dfrac{1}{X}$.

0.50 دساتير تغيير المعلم : $\begin{cases}\text{.....}\\ \text{.....}\end{cases}$

0.25 ..... تكافئ : ..... يعني :

0.50 ..... أي : .....

➢ أدرس شفعية الدالة f في المعلم $(\Omega;\vec{i};\vec{j})$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

لدينا مهما $X\in\mathbb{R}^*$ فان $-X\in\mathbb{R}^*$

0.50 .....

0.25 و منه f دالة ..... في المعلم $(\Omega;\vec{i};\vec{j})$ و بالتالي .....

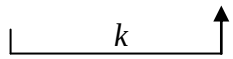
0.25 .....

الجزء 2 : لتكن الدالة k المعرفة بـ: $k(x)=\sqrt{\dfrac{-2x+7}{x-3}}$

➢ بين أن الدالة k هي مركب دالتين يطلب تعيينهما.

نضع : $k=...o...$ بحيث أن : $k:x\overset{.....}{\mapsto}.....\overset{.....}{\to}.....$

0.50



.....

➢ حل في D_f المتراجحة $\dfrac{-2x+7}{x-3}\geq 0$

.....

0.75 .....

.....

جدول إشارات $\dfrac{-2x+7}{x-3}$ على المجال D_f :

x	$-\infty$ .... $+\infty$

0.25
0.25
0.25

0.50 حلول المتراجحة $\dfrac{-2x+7}{x-3}\geq 0$ على D_f هي :.....

➢ بفرض أن D_g هي مجموعة تعريف الدالة g جد D_k مجموعة تعريف الدالة k .

0.50 $D_k=\{.....\}$

0.25 $=\{.....\}$

0.25 $=\{.....\}$

0.50 $=$.....

➢ أدرس اتجاه تغير الدالة k على D_k

.....

.....

.....

.....

.....

.....

0.75

0.25 بالتالي الدالة k ..... تماما على المجال D_k

الجزء 3 : h دالة عددية معرفة بـ : $h(x) = f(|x|)$

و (C_h) منحناها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

➢ جد D_h مجموعة تعريف الدالة h .

$$h(x) = f(|x|) = \frac{-2|x|+7}{|x|-3}$$

0.75 ..... تكافئ ..... يعني $\begin{cases} ..... \\ ..... \end{cases}$ أي $\begin{cases} ..... \\ ..... \end{cases}$

0.25 بالتالي : $D_h =$ .....

➢ بين أن الدالة h زوجية في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

0.50 .....

.....

0.25 و منه h دالة زوجية في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ و بالتالي .....

.....

➢ استنتج جدول تغيرات الدالة h على D_h .

x	$-\infty$ ... ... $+\infty$
$h(x)$	

0.25

➢ أكتب $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة على D_h

0.50 $h(x) = f(|x|) = \begin{cases} .....; x \in ..... \\ .....; x \in ..... \end{cases}$

➢ استنتج طريقة لإنشاء المنحنى (C_h) على D_h انطلاقا من المنحنى (C_f) على المجال D_f ثم أنشئه.

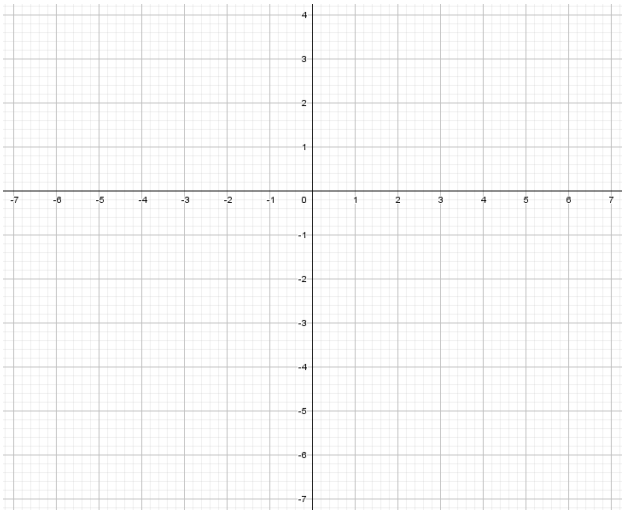
0.50 .....

.....

.....

.....

.....



0.50

التمرين الثاني : (5.5 نقاط)

$P(x)$ لكثير حدود معرف على $\mathbb{R}$ بـ:

$$P(x) = -8x^3 + 32x^2 + 2x - 8$$

▪ بين أن العدد 4 جذرا لـ $P(x)$

0.25 .....

▪ جد باستعمال القسمة الاقليدية الأعداد الحقيقية a ، b ، c بحيث من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $P(x) = (x-4)(ax^2+bx+c)$

$-8x^3 + 32x^2 + 2x - 8$	$x - 4$

1.00

0.75 ومنه $a = ...$ | $b = ..$ | $c = ..$ بالتالي $P(x) = (x-4)(.....)$

▪ حلل $P(x)$ إلى جداء عوامل من الدرجة الأولى ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$

$P(x) = 0$ تكافئ: ..... يعني :

0.75 $\begin{cases} ..... \\ ..... \end{cases}$ أي : $\begin{cases} ..... \\ ..... \end{cases}$

نحل في $\mathbb{R}$ المعادلة .....

0.75 .....

0.50 $\begin{cases} x_1 = \frac{.....}{.....} = \frac{.....}{.....} = \frac{.....}{.....} = \frac{...}{...} \\ x_2 = \frac{.....}{.....} = \frac{.....}{.....} = \frac{.....}{.....} = \frac{...}{...} \end{cases}$

0.50

0.25 $P(x) = (.....)(.....)(.....)$

0.75 حلول المعادلة $P(x) = 0$ في $\mathbb{R}$ هي : $\{.....;.....;.....\}$

2020 / 12 / 29	المدة : ساعة و نصف	سلم التنقيط

معالجة فرض الثلاثي الأول في مادة الرياضيات للقسم 2 تر

التمرين الأول : (14.5 نقطة)

الجزء 1 : لتكن الدالة f المعرفة بـ : $f(x)=\dfrac{-2x+7}{x-3}$ و (C_f) منحناها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

➢ جد D_f مجموعة تعريف الدالة f .

0.75 $x-3\neq 0$ تكافئ $x\neq 3$ بالتالي : $D_f=\mathbb{R}-\{3\}$

➢ عين العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل x من D_f : $f(x)=a+\dfrac{b}{x-3}$

0.50 $f(x)=a+\dfrac{b}{x-3}=\dfrac{a(x-3)+b}{x-3}=\dfrac{ax-3a+b}{x-3}$

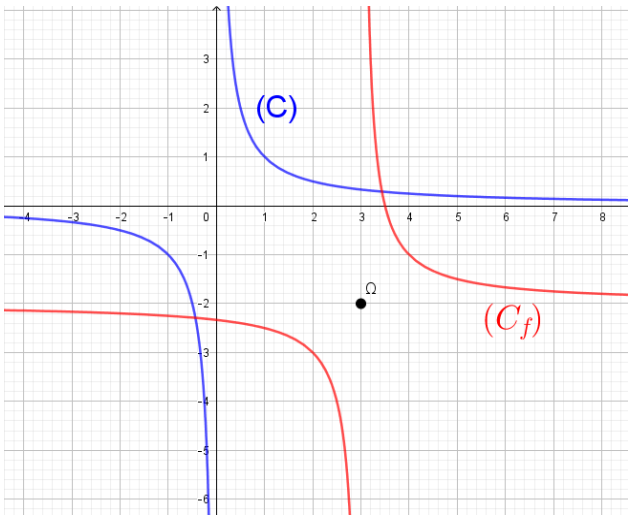
نضع :
$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{-2x+7}{x-3}.....(1) \\ f(x)=\dfrac{ax-3a+b}{x-3}.....(2) \end{cases}$$

1.00 بالمطابقة بين (1) و (2) نجد : يعني : $\begin{cases} ax=-2x \\ -3a+b=7 \end{cases}$ $\begin{cases} a=-2 \\ b=1 \end{cases}$

بالتالي : $f(x)=-2+\dfrac{1}{x-3}$

➢ استنتج طريقة لإنشاء المنحنى (C_f) على D_f انطلاقا من منحنى الدالة مقلوب (C) على المجال $\mathbb{R}^*$ ثم أنشئه.

0.50 المنحنى (C_f) على D_f هو صورة المنحنى (C) على $\mathbb{R}^*$ بالانسحاب الذي شعاعه $3\vec{i}-2\vec{j}$



➢ استنتج جدول تغيرات الدالة f على D_f .

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$f(x)$	-2	↘	$\|\|$	↘	-2
			$+\infty$		
			$-\infty$		

0.50

لتكن النقطة Ω ذات الإحداثيات $(3;-2)$ في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$

➢ بعد تعيين دساتير تغيير المعلم بين أن معادلة المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المعلم $(\Omega;\vec{i};\vec{j})$ هي : $Y=\dfrac{1}{X}$.

0.50 دساتير تغيير المعلم : $\begin{cases} x=X+3 \\ y=Y-2 \end{cases}$

0.25 $f(x)=-2+\dfrac{1}{x-3}$ تكافئ $y=-2+\dfrac{1}{x-3}$ معناه :

0.50 $Y-2=-2+\dfrac{1}{X+3-3}$ أي : $Y=\dfrac{1}{X}$

➢ أدرس شفعية الدالة f في المعلم $(\Omega;\vec{i};\vec{j})$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

لدينا مهما $X\in\mathbb{R}^*$ فان $-X\in\mathbb{R}^*$

0.50 $f(-X)=\dfrac{1}{-X}=-\dfrac{1}{X}=-f(X)$

0.25 و منه f دالة فردية في المعلم $(\Omega;\vec{i};\vec{j})$ و بالتالي المنحنى (C_f)

0.25 يقبل مبدأ المعلم Ω كمركز تناظر.

الجزء 2 : لتكن الدالة k المعرفة بـ : $k(x)=\sqrt{\dfrac{-2x+7}{x-3}}$

➢ بين أن الدالة k هي مركب دالتين يطلب تعيينهما.

نضع : $k=gof$ بحيث أن : $k: x\xmapsto{f}\dfrac{-2x+7}{x-3}\xrightarrow{g}\sqrt{\dfrac{-2x+7}{x-3}}$

0.50 أي : $f(x)=\dfrac{-2x+7}{x-3}$ و $g(x)=\sqrt{x}$

➢ حل في $\mathbb{R}-\{3\}$ المتراجحة $\dfrac{-2x+7}{x-3}\geq 0$

0.75 $\dfrac{-2x+7}{x-3}=0$ تكافئ : $\begin{cases} -2x+7=0 \\ x-3\neq 0 \end{cases}$ أي : $\begin{cases} x=7/2 \\ x\neq 3 \end{cases}$

جدول إشارات $\dfrac{-2x+7}{x-3}$ على المجال $\mathbb{R}-\{3\}$:

x	$-\infty$		3		$7/2$		$+\infty$
$-2x+7$	$+$		$+$		0		$-$
$x-3$	$-$		0		$+$		$+$
$\dfrac{-2x+7}{x-3}$	$-$		$\|\|$		0		$-$

0.25 0.25 0.25

0.50 حلول المتراجحة $\dfrac{-2x+7}{x-3}\geq 0$ على $\mathbb{R}-\{3\}$ هي : $\left]3;\dfrac{7}{2}\right]$

➢ بفرض أن D_g هي مجموعة تعريف الدالة g جد D_k مجموعة تعريف الدالة k .

0.50 $D_k=\{x\in\mathbb{R}-\{3\}\ \ et\ \ f(x)\in\mathbb{R}^+\}$

0.25 $=\left\{x\in\mathbb{R}-\{3\}\ \ et\ \ \dfrac{-2x+7}{x-3}\in\mathbb{R}^+\right\}$

0.25 $=\left\{x\in\mathbb{R}-\{3\}\ \ et\ \ x\in\left]3;\dfrac{7}{2}\right]\right\}$

0.50 $=(\mathbb{R}-\{3\})\cap\left]3;\dfrac{7}{2}\right]=\left]3;\dfrac{7}{2}\right]$

➢ أدرس اتجاه تغير الدالة k على D_k

0.25 من جدول تغيرات الدالة f نلاحظ أن f متناقصة تماما على

0.25 المجال $\left]3;\frac{7}{2}\right]$ و $\left[0;+\infty\right[$ $=\mathbb{R}^+=f\left(\left]3;\frac{7}{2}\right]\right)$

0.25 ولدينا من جهة أخرى الدالة g متزايدة تماما على $[0;+\infty[$

0.25 بالتالي الدالة k متناقصة تماما على المجال $\left]3;\frac{7}{2}\right]$

الجزء 3 : h دالة عددية معرفة بـ : $h(x)=f(|x|)$

و (C_h) منحناها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

➢ جد D_h مجموعة تعريف الدالة h .

$$h(x)=f(|x|)=\frac{-2|x|+7}{|x|-3}$$

0.75 $|x|-3\neq 0$ يعني $|x|\neq 3$ تكافئ $\begin{cases}x\neq 3\\-x\neq 3\end{cases}$ أي $\begin{cases}x\neq 3\\x\neq -3\end{cases}$

0.25 بالتالي : $D_h=\mathbb{R}-\{-3;3\}=]-\infty;-3[\cup]-3;3[\cup]3;+\infty[$

➢ بين أن الدالة h زوجية في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

لدينا مهما $x\in D_h$ فان $-x\in D_h$

0.50 $$h(-x)=f(|-x|)=f(|x|)=h(x)$$

0.25 و منه h دالة زوجية بالتالي المنحنى (C_h) يقبل محور التراتيب (yy') لمحور تناظر .

➢ استنتج جدول تغيرات الدالة h على D_h .

0.25

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
$h(x)$	-2	↗	$+\infty$ || $-\infty$	↗	$\frac{-7}{3}$	↘	$-\infty$ || $+\infty$	↘	-2

➢ أكتب $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة على D_h

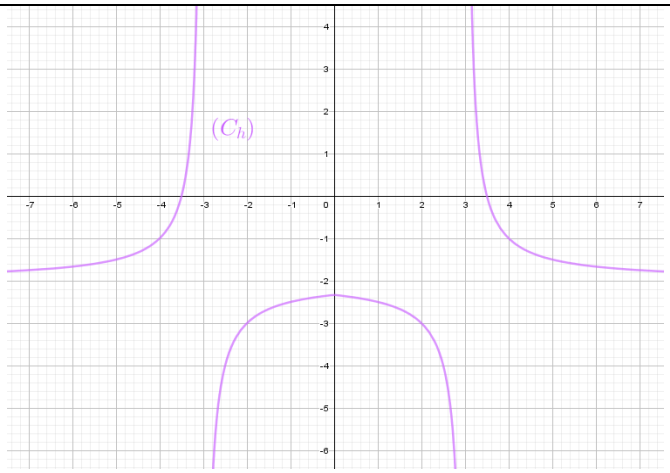
0.50 $$h(x)=f(|x|)=\begin{cases}f(x);x\in\mathbb{R}^+-\{3\}\\f(-x);x\in\mathbb{R}_-^*-\{-3\}\end{cases}=\begin{cases}\frac{-2x+7}{x-3};x\in\mathbb{R}^+-\{3\}\\\frac{2x+7}{-x-3};x\in\mathbb{R}_-^*-\{-3\}\end{cases}$$

➢ استنتج طريقة لإنشاء المنحنى (C_h) على D_h انطلاقا من المنحنى (C_f) على المجال D_f ثم أنشئه.

0.50 (C_h) على $\mathbb{R}^+-\{3\}$ منطبق على (C_f) على $\mathbb{R}^+-\{3\}$

أما (C_h) على $\mathbb{R}_-^*-\{-3\}$ هو نظير (C_h) على $\mathbb{R}_+^*-\{3\}$ بالنسبة لمحور التراتيب لأن h دالة زوجية.

0.50



التمرين الثاني : (5.5 نقاط)

$P(x)$ كثير حدود معرف على $\mathbb{R}$ بـ :

$$P(x)=-8x^3+32x^2+2x-8$$

▪ بين أن العدد 4 جذرا لـ $P(x)$

0.25 $P(4)=-8\times 4^3+32\times 4^2+2\times 4-8=520-520=0$

▪ جد باستعمال القسمة الاقليدية الأعداد الحقيقية a ، b ، c

بحيث من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $P(x)=(x-4)(ax^2+bx+c)$

1.00

$$\begin{array}{l|l}-8x^3+32x^2+2x-8 & x-4\\ -8x^3+32x^2 & -8x^2+2\\ \quad 0+2x-8 & \\ \quad\quad 2x-8 & \\ \quad\quad\quad 0 & \end{array}$$

0.75 ومنه $\boxed{P(x)=(x-4)(-8x^2+2)}$ بالتالي $\boxed{c=2}\ \boxed{b=0}\ \boxed{a=-8}$

▪ حلل $P(x)$ إلى جداء عوامل من الدرجة الأولى ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x)=0$

$P(x)=0$ تكافئ : $P(x)=(x-4)(-8x^2+2)$ يعني :

0.75 $\begin{cases}x=4\\-8x^2+2=0\end{cases}$ أو أي : $\begin{cases}x-4=0\\-8x^2+2=0\end{cases}$ أو

نحل في $\mathbb{R}$ المعادلة $-8x^2+2=0$

0.75 $\Delta=b^2-4ac=0^2-4(-8)(2)=64$ ، $\sqrt{\Delta}=\sqrt{64}=8$

0.50 $$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-0-8}{2(-8)}=\frac{-8}{-16}=\frac{1}{2}$$

0.50 $$x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-0+8}{2(-8)}=\frac{8}{-16}=\frac{-1}{2}$$

$$P(x)=-8(x-4)(x-\frac{1}{2})(x+\frac{1}{2})$$

$$=[-2(x-4)]\left[2(x-\frac{1}{2})\right]\left[2(x+\frac{1}{2})\right]$$

0.25 $$=(8-2x)(2x-1)(2x+1)$$

0.75 حلول المعادلة $P(x)=0$ في $\mathbb{R}$ هي : $\left\{-\frac{1}{2};\frac{1}{2};4\right\}$