

نوفمبر 2019

المستوى: الثانية ثانوي رياضيات

المدة : 2 ساعة

الفرض الأول في الرياضيات

التمرين الأول: (03 نقطة)

لتكن f و g الدالتان العدديتان للمتغير الحقيقي x المعرفتان كما يلي: $f(x) = \sqrt{x-1} - 2$ ، $g(x) = \frac{x-5}{\sqrt{x-1}+2}$

(1) بيّن أنّ الدالتان f و g لهما نفس مجموعة التعريف D .

(2) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من D : $f(x) = g(x)$.

التمرين الثاني: (06 نقطة)

نعتبر كثير الحدود P حيث: $P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 11x + 6$.

(1) أحسب $P(-2)$. ماذا نستنتج؟

(2) أ) عيّن الأعداد الحقيقية a ، b ، c ، حيث من أجل كل عدد حقيقي x : $P(x) = (x+2)(ax^2 + bx + c)$.

ب) استنتج تحليلاً لـ $P(x)$ إلى جداء ثلاث عوامل من الدرجة الأولى.

(3) أ) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$.

ب) استنتج حلول المعادلة: $2x\sqrt{x} - 3x - 11\sqrt{x} + 6 = 0$.

التمرين الثالث: (11 نقطة)

(I) لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بـ: $f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$.

نسُمي (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) عيّن D_f مجموعة تعريف الدالة f .

(2) عيّن العددين الحقيقيين α و β حيث من أجل كل عدد حقيقي x من D_f : $f(x) = \alpha + \frac{\beta}{x-1}$

(3) نضع $\alpha = 2$ و $\beta = 1$ ثم ادرس اتجاه تغير الدالة f .

(4) نضع $k(x) = \frac{1}{x}$

- تحقّق أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من D_f : $f(x) = k(x-1) + 2$ ثم بيّن كيف يمكن رسم المنحنى

(C_f) إنطلاقاً من المنحنى الممثل للدالة k .

- ارسم (C_f) في المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(5) بيّن أنّ النقطة $\Omega(1;2)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

(II) لتكن h الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ: $h(x) = \left(\frac{2x-1}{x-1}\right)^2$.

(1) فكّك h إلى مركب دالتين إحداهما f و الأخرى g يطلب تعيينها.

(2) استنتج اتجاه تغير الدالة h ثم شكّل جدول تغيراتها.

الأستاذة خ . سوالي

بالتوفيق

لا تيأس إذا رجعت خطوة إلى الوراء فلا تنسى أن السهم يحتاج أن ترجعه للوراء لينطلق

بقوة إلى الأمام .

العلامة	الحل	رقم التمرين
03 ن	1 ن	التمرين 1
	2	
06 ن	1	التمرين 2
	1	
	1	
	1,5	
	0,5	التمرين 3
	1	
	1,5	

(1) الدالتان f و g معرفتان من أجل $x - 1 \geq 0$ ومنه $D_f = D_g = D = [1; +\infty[$

(2) من أجل كل x من D :

$$f(x) = \sqrt{x-1} - 2 = \frac{(\sqrt{x-1}-2)(\sqrt{x-1}+2)}{\sqrt{x-1}+2}$$

$$= \frac{x-1-4}{\sqrt{x-1}+2} = \frac{x-5}{\sqrt{x-1}+2} = g(x)$$

وبالتالي f و g متساويتان

(1) $P(-2) = 0$ إذن 2-جذرا لـ $P(x)$.

(2) أ) $a = 2, b = -7, c = 3$ و $P(x) = (x+2)(2x^2 - 7x + 3)$

ب) $P(x) = 2(x+2)(x - \frac{1}{2})(x-3)$

$$= (x+2)(2x-1)(x-3)$$

(3) أ) مجموعة حلول المعادلة $P(x) = 0$ هي: $S = \left\{-2; \frac{1}{2}; 3\right\}$

ب) نضع $X = \sqrt{x}$ وبالتالي $X^2 = x$

إذن $2x\sqrt{x} - 3x - 11\sqrt{x} + 6 = 0$ تكافئ $2X^3 - 3X^2 - 11X + 6 = 0$

أي $\begin{cases} X = -2; X = \frac{1}{2}; X = 3 \\ X = \sqrt{x} \end{cases}$

نعلم أن $X \geq 0$ إذن نأخذ فقط $X = \frac{1}{2}$ أي $\sqrt{x} = \frac{1}{2}$ ومنه $x = \frac{1}{4}$

بنفس الطريقة $X = 3$ أي $\sqrt{x} = 3$ ومنه $x = 9$

مجموعة الحلول هي $S' = \left\{\frac{1}{4}; 9\right\}$

(1) $D_f = \mathbb{R} - \{1\} =]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$

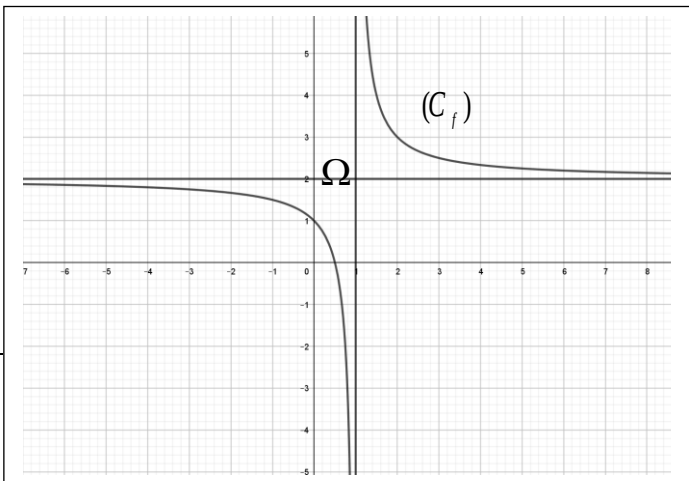
(2) $\alpha = 2$ و $\beta = 1$ و $f(x) = 2 + \frac{1}{x-1}$

(3) اتجاه تغير الدالة f هي من اتجاه تغير الدالة $x \mapsto \frac{1}{x-1}$

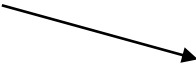
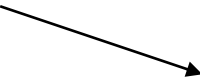
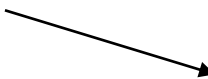
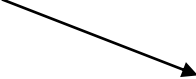
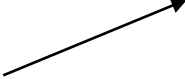
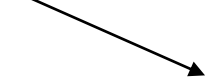
والدالة $x \mapsto \frac{1}{x-1}$ هي مركب الدالة $x \mapsto x-1$ متبوعة بالدالة: $x \mapsto \frac{1}{x}$

- $x \mapsto x-1$ متزايدة تماما على $]1; +\infty[$ و $]-\infty; 1[$

إذن f متناقصة تماما على $]-\infty; 1[$ و $]1; +\infty[$

11ن	1,5	$x \mapsto \frac{1}{x}$ متناقصة تماما على $] -\infty ; 0 [$ $x \mapsto x - 1$ متزايدة تماما على $] 1 ; +\infty [$ إذن f متناقصة تماما على $] 1 ; +\infty [$ $x \mapsto \frac{1}{x}$ متناقصة تماما على $] 0 ; +\infty [$																			
	1	(4) من أجل كل x من $D_f : f(x) = k(x - 1) + 2$ (C_f) يستنتج من منحنى الدالة k بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$																			
	1	رسم (C_f) 																			
	1,5	(5) دساتير تغيير $y = f(x)$ تكافئ $y = 2 + \frac{1}{x - 1}$ أي $Y + 2 = 2 + \frac{1}{X}$ ومنه $Y = \frac{1}{X}$ وهي معادلة (C_f) في المعلم $(\Omega; \vec{i}, \vec{j})$. الدالة $X \mapsto \frac{1}{X}$ فردية وبالتالي $\Omega(1; 2)$ مركز تناظر لـ (C_f)																			
	0,5	(II) 1) $h = g \circ f$ حيث g هي الدالة مربع $x \mapsto f(x) \mapsto (f(x))^2$																			
1,5	(2) إشارة $\frac{2x - 1}{x - 1}$ <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$2x - 1$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>+</td></tr><tr><td>$x - 1$</td><td>-</td><td>0</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>+</td></tr></table>	x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$	$2x - 1$	-	0	+	+	$x - 1$	-	0	0	+	$f(x)$	+	0	-	+
x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$																	
$2x - 1$	-	0	+	+																	
$x - 1$	-	0	0	+																	
$f(x)$	+	0	-	+																	
		(3)																			

0,5

x			$+\infty$
f			
g			
$h = g \circ f$			

جدول تغییرات h

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$
h	