

الفصل الثالث

□ □ □ □ □ □ □ □

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ نعتبر (C_f) التمثيل البياني لدالة f المعرفة كما يلي :

$$f(x) = \frac{x}{1-2x} \text{ ، و } (D) \text{ مستقيم معادلته } y = x \text{ كما هو موضح في الشكل (الوثيقة المرفقة).}$$

$$\text{نعبر بالمتتالية المعرفة بـ } u_0 = -1 \text{ و } u_{n+1} = \frac{u_n}{1-2u_n}$$

1/ مثل بيانيا على محور الفواصل الحدود u_0, u_1, u_2 (دون حسابها)

كـ أعط تخمين لاتجاه تغير المتتالية (u_n) و $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n)$.

$$2/ \text{ نعتبر المتتالية } (v_n) \text{ المعرفة على } \mathbb{N} \text{ كما يلي: } v_n = \frac{1}{u_n}$$

أ- برهن أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

لـ n ثم استنتج (u_n)

$$- \text{ موقع } u_n \text{ حين } v_{n-1} + \dots + v_1 + v_0$$

□ □ □ □ □ □ □ □

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، لتكن النقط $A(1;1)$ ، $B(-2;1)$ ، $C(-1;-1)$

(1) أوجد معادلة للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة A و $\vec{BC}$ شعاع ناظمي له.

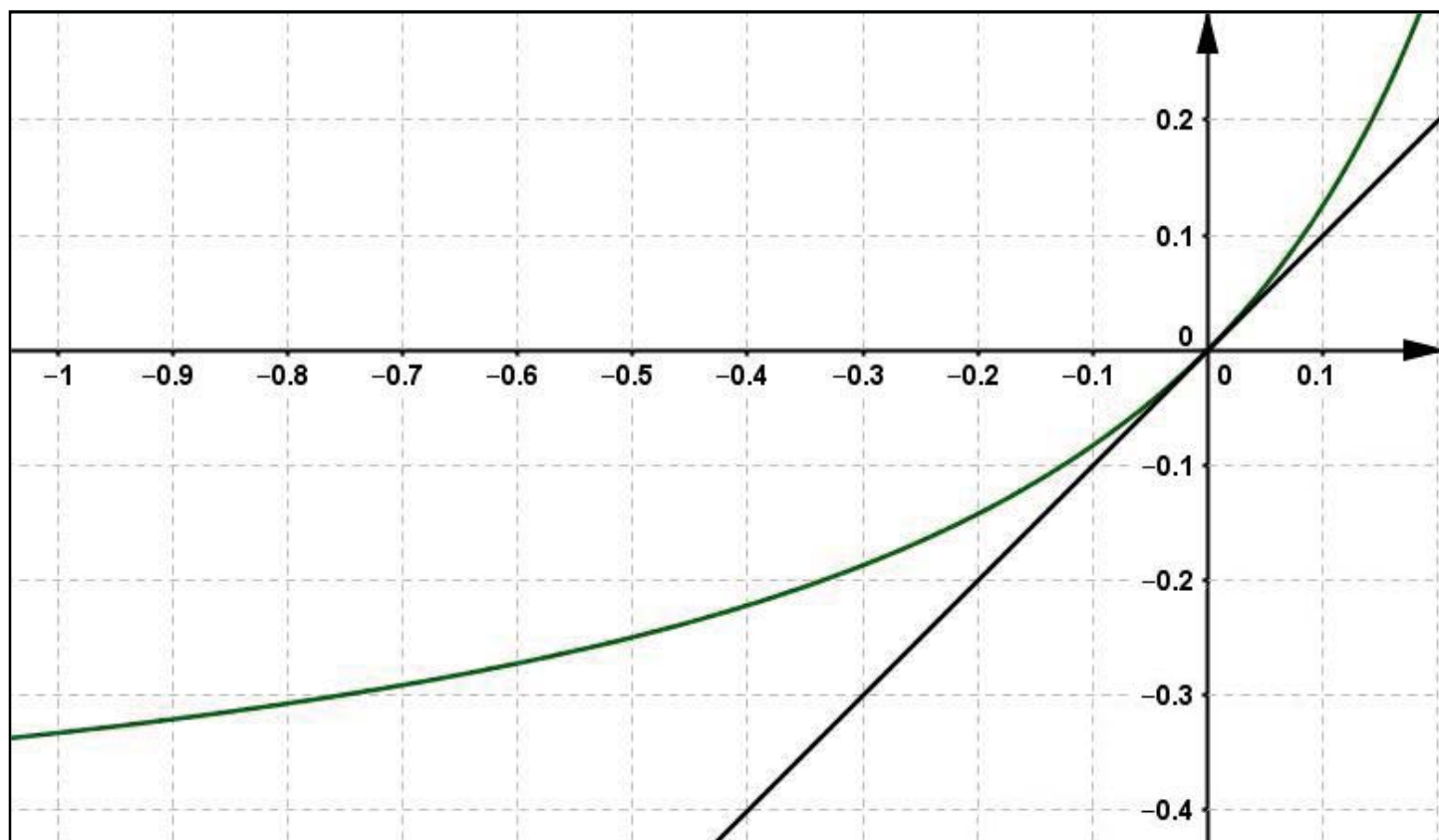
(2) أوجد معادلة الدائرة (C) التي مركزها $\omega(-1;3)$ ونصف قطرها BC .

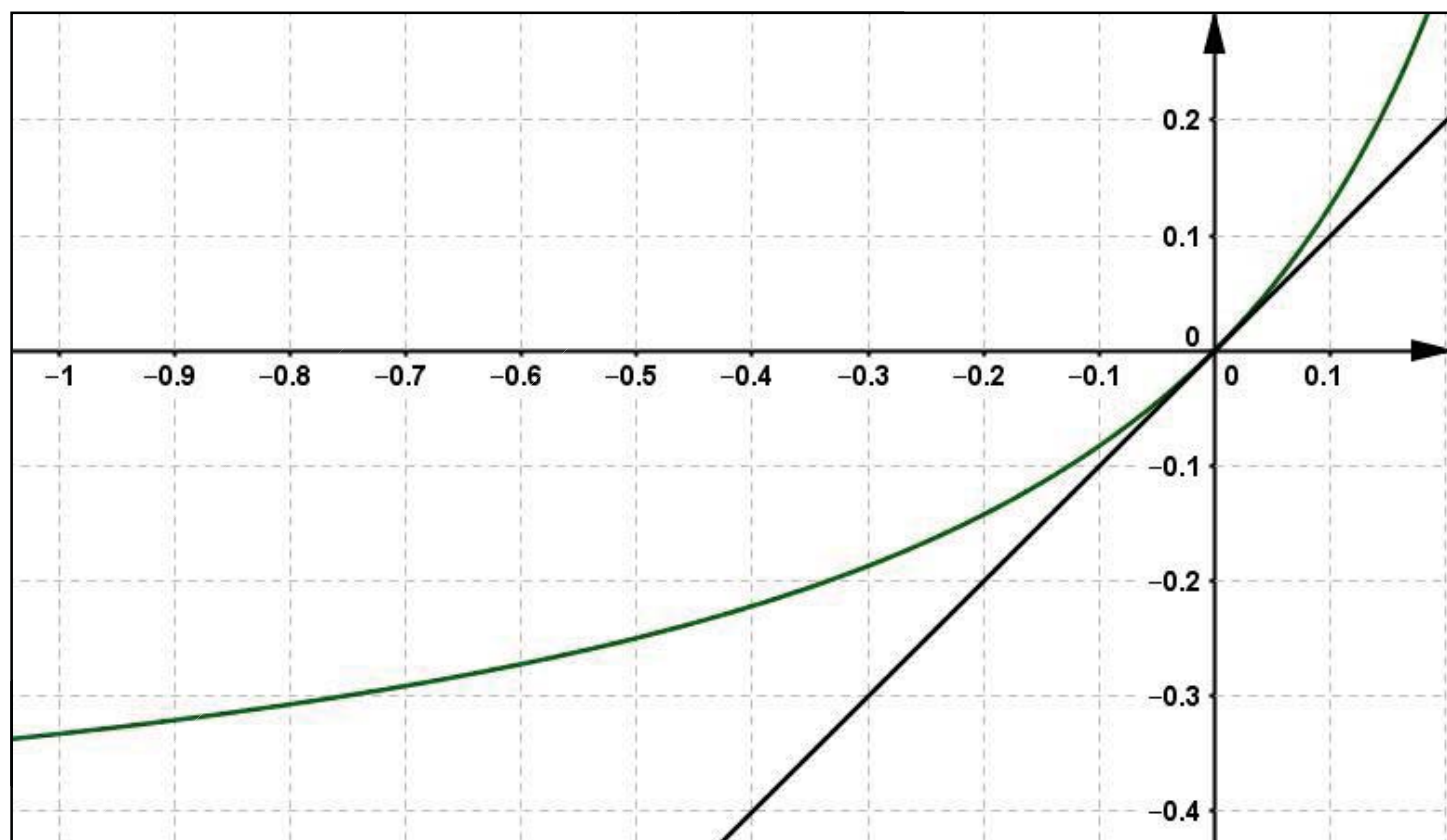
(3) تحقق أن B تنتمي إلى (C) ثم أوجد معادلة المماس (Γ) لـ (C) عند B .

(4) عين معادلة للدائرة (C') التي قطرها $[BC]$.

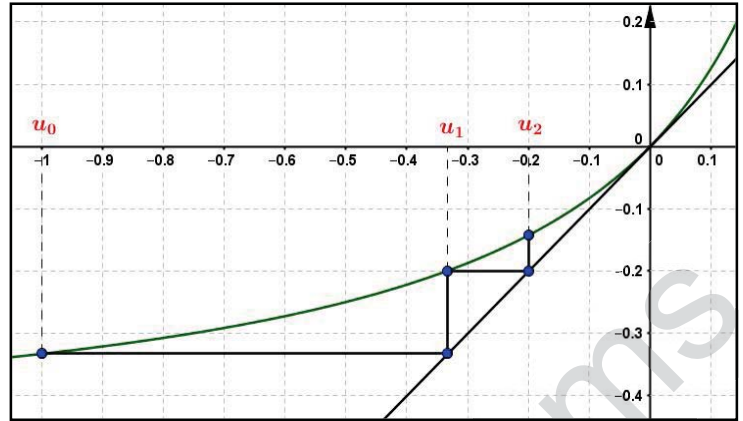
(5) أحسب المسافة بين مركز الدائرة (C') والمستقيم (Δ) .

فعلوا مع





1 / تمثيل بيانيا الحدود u_0, u_1, u_2 على محور الفواصل



التعمين حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) :

من التمثيل البياني نلاحظ أن $u_2 > u_1 > u_0$ إذن المتتالية (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$.

التعمين حول نهاية المتتالية (u_n) : $\lim_{n \rightarrow \infty} (u_n) = 0$

2 / أ- برهان أن المتتالية (v_n) حسابية:

$$v_{n+1} = \frac{1}{u_{n+1}} = \frac{1}{\frac{1}{1-2u_n}} = \frac{1-2u_n}{1} = \frac{1-2\left(\frac{1}{v_n}\right)}{1} = \frac{v_n-2}{v_n} = \frac{v_n-2}{v_n} = v_n - 2$$

ملاحظة: نستعمل طريقة أخرى بحساب الفرق

$$v_{n+1} - v_n$$

$$v_{n+1} - v_n = \frac{1}{u_{n+1}} - \frac{1}{u_n} = \frac{1-2u_n}{u_n} - \frac{1}{u_n} = \frac{-2u_n}{u_n} = -2$$

ومنه المتتالية (v_n) حسابية أساسها $r = -2$ وحدها الأول

$$v_0 = \frac{1}{u_0} = -1$$

ب- كتابة (v_n) بدلالة n

$$\text{لدينا: } v_n = v_0 + nr \text{ ومنه: } v_n = -1 - 2n$$

استنتاج (u_n) بدلالة n .

$$u_n = \frac{1}{v_n} \text{ ومنه } u_n = \frac{1}{-1-2n}$$

ج- حساب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$

$$S_n = \left(\frac{v_0 + v_{n-1}}{2} \right) ((n-1) - 0 + 1) = \left(\frac{-1 + v_{n-1}}{2} \right) (n)$$

$$\text{نحسب: } v_{n-1} = -1 - 2(n-1) = 1 - 2n \text{ إذن:}$$

$$S_n = \left(\frac{-1 + 1 - 2n}{2} \right) (n) = -n^2$$

0000 000000

(1) معادلة المستقيم (Δ)

$$\vec{BC} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \text{ شعاع ناظمي إذن: } (1)x + (-2)y + c = 0 \text{ (}\Delta\text{)}$$

نبحث عن قيمة c بما أن $A \in (\Delta)$ أي: $1(1) - 2(1) + c = 0 \Rightarrow c = 1$

$$\text{ومنه } (\Delta): x - 2y + 1 = 0$$

(2) معادلة الدائرة (C)

لدينا المركز $\omega(-1; 3)$ ونصف القطر $BC = r = \sqrt{5}$

$$\text{إذن معادلة الدائرة هي: } (C): (x+1)^2 + (y-3)^2 = 5$$

(3) تحقق أن B تنتمي إلى (C) ثم إيجاب معادلة المماس (Γ) عند B .

تحقق أن: $B \in (C)$ نعوض إحداثيات النقطة B في معادلة

$$\text{الدائرة (C): } (-2+1)^2 + (1-3)^2 = 5 \Rightarrow 5 = 5$$

محقة ومنه $B \in (C)$.

• معادلة المماس (Γ)

$$\vec{\omega B} \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix} \text{ الشعاع الناظمي هو } (-1)x + (-2)y + c = 0 \text{ (}\Gamma\text{)}$$

نبحث عن قيمة c بما أن $B \in (\Gamma)$

$$\text{أي: } -1(-2) - 2(1) + c = 0 \Rightarrow c = 0 \text{ ومنه } (\Gamma): -x - 2y = 0$$

(4) معادلة الدائرة (C')

$$\Omega \left(\frac{x_B + x_C}{2}, \frac{y_B + y_C}{2} \right) \text{ إذن المركز هو } \Omega \left(-\frac{1}{2}, 0 \right)$$

$$\text{أي } \frac{BC}{2} = r = \frac{\sqrt{5}}{2} \text{ ونصف القطر}$$

$$\text{إذن معادلة الدائرة هي: } (C'): \left(x + \frac{1}{2} \right)^2 + y^2 = \frac{5}{4}$$

(5) حساب المسافة بين مركز الدائرة (C') والمستقيم (Δ)

$$d(\Omega, (\Delta)) = \frac{\left| -\frac{1}{2} - 2(0) + 1 \right|}{\sqrt{(1)^2 + (-2)^2}} = \frac{1}{2\sqrt{5}}$$

$$d(\Omega, (\Delta)) = \frac{\sqrt{5}}{10}$$

