

ثانوية : طه حسين تدوف / المستوى: 02 رياضي / الفرض المحروس الثاني / المدة: 120 دقيقة / 17-18

التمرين 01 لتكن النقطتين : $B(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$ و $C(-\sqrt{2}; -\sqrt{2})$ حيث المثلث ABC متقايس الأضلاع و الشكل 01 موضح أدناه.

(1) اوجد الإحداثيات القطبية للنقاط A, B, C (2) استنتج القيس الرئيسي لكل من الزاويتين الموجهتين : $(\vec{i}; \overrightarrow{OB})$ و $(\vec{i}; \overrightarrow{OC})$

(2) بين أن المثلث OAB متساوي الساقين (3) اوجد إحداثي E منتصف $[BA]$, (4) اوجد القيس الرئيسي للزاوية $(\vec{i}; \overrightarrow{OE})$

(5) استنتج القيمة المضبوطة لكل من : $\cos \frac{3\pi}{8}$ و $\sin \frac{3\pi}{8}$

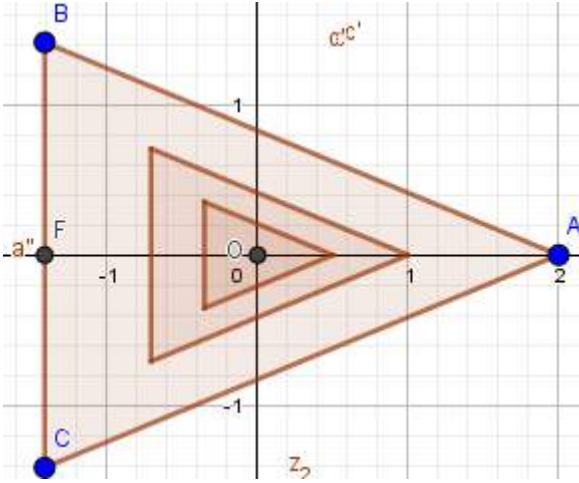
(6) ليكن $H(O, k = \frac{1}{2})$ تحاكي وليكن $A_1B_1C_1 = H(ABC)$ و $A_2B_2C_2 = H(A_1B_1C_1)$ و $A_3B_3C_3 = H(A_2B_2C_2)$

وهكذا إلى غاية $A_nB_nC_n = H(A_{n-1}B_{n-1}C_{n-1})$ أي قمنا بنفس العملية n مرة , نفرض أن مساحة $S(ABC) = \alpha$

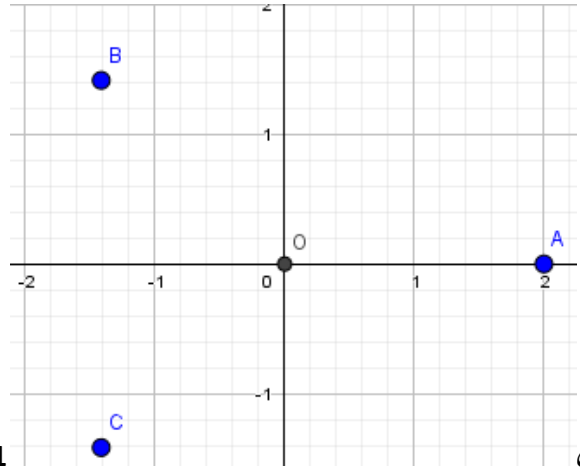
- نعرف المتتالية $(U_n)_{n \geq 1}$ بحيث : $S(ABC) = U_1 = \alpha$ و $S(A_1B_1C_1) = U_2$ و و $S(A_nB_nC_n) = U_n$
-1 (احسب كلا من U_2 و U_3 بدلالة α , -2) بين أن $(U_n)_{n \geq 1}$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها -3) اكتب U_n بدلالة n و α

الشكل 02

(7) بسط المقدار $\cos \frac{3\pi}{8} + \cos \frac{\pi}{8} + \cos \frac{5\pi}{8} + \cos \frac{7\pi}{8}$



01



الشكل

التمرين الثاني: $(U_n)_{n \geq 0}$ متتالية معرفة ب: $U_{n+1} = \alpha U_n + 1$ و $U_0 = 6$ حيث α عدد حقيقي موجب تماما ويختلف عن 1

(1) $(W_n)_{n \geq 0}$ متتالية معرفة ب: $W_n = U_n + \frac{1}{\alpha - 1}$, بين ان $(W_n)_{n \geq 0}$ هندسية أساسها α ثم اكتب W_n بدلالة n و α .

(2) استنتج عبارة U_n بدلالة n و α ثم اوجد قيم α بحيث تكون $(U_n)_{n \geq 0}$ متقاربة .

(3) نضع $\alpha = 2$: اوجد بدلالة n كلا من : $S_1 = W_0 + W_1 + \dots + W_n$ و $S_2 = U_0 + U_1 + \dots + U_n$

التمرين الثالث : لتكن $(U_n)_{n \geq 0}$ متتالية معرفة ب $U_{n+1} = \frac{5U_n - 4}{U_n + 1}$ و $U_0 = 3$

(1) إذا علمت انه لكل عدد طبيعي n أن : $U_n > 2$ فبرهن أن (U_n) متناقصة

(2) لتكن المتتالية (V_n) المعرفة ب: $V_n = \frac{1}{U_n - 2}$, اثبت أن (V_n) حسابية , اكتب V_n بدلالة n ثم استنتج U_n بدلالة n

(3) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$ لما $n \rightarrow +\infty$ هل (U_n) متقاربة ام متباعدة ؟ علل جوابك

(4) احسب بدلالة المجموع : $S_1 = V_0 + \dots + V_n$ ثم بين أن : $S_2 = V_0U_0 + V_1U_1 + \dots + V_nU_n = 2S_1 + (n+1)$