

👍 الفرض الأول المحروس للثلاثي الأول

🖥️ التمرين الأول ☺☹️☹️ (14 نقطة)

☞ نعتبر الدالتين العدديتين f و g المعرفتين بما يلي : $f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$ و $g(x) = x^2 - 2x + 3$

نسمي (C_f) و (C_g) المنحنيين البيانيين الممثلين لهما في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$
(1) عين D_f و D_g مجموعتي تعريفي كلا من الدالين f و g .

(2) أ) عين العددين الحقيقيين a, b بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي x من D_f : $f(x) = a + \frac{b}{x-1}$.

ب) فكك الدالة f الى مركب دالتين يطلب تعيينهما .

ج) استنتج اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $]-\infty; 1[$ و $]1; +\infty[$.

د) بين أنه يوجد تحويل نقطي بسيط يسمح بالانتقال من المنحني (C) الممثل للدالة مقلوب الى المنحني (C_f) ثم أرسم (C_f) .

هـ) لتكن $\Omega(1; 2)$ نقطة من المستوي .

بعد تعيين دساتير تغيير المعلم عين معادلة المنحني (C_f) في المعلم $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$ ثم عين مركز التناظر للمنحني (C_f) .

(3) أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $g(x) = (x-1)^2 + 2$.

ب) فكك الدالة g الى مركب دالتين يطلب تعيينهما ثم استنتج اتجاه تغير الدالة g على المجموعة $\mathbb{R}$.

ج) اشرح كيفية رسم المنحني (C_g) ثم أرسم (C_g) في نفس المعلم السابق .

د) استنتج أنه من أجل $x \in \mathbb{R}$ فإن $g(x) \in [2; +\infty[$.

(4) نعتبر الدالة العددية h المعرفة بـ : $h(x) = (f \circ g)(x)$

أ. بين أن الدالة h معرفة على المجموعة $\mathbb{R}$.

ب. عين عبارة $h(x)$ بدلالة x .

ج. استنتج اتجاه تغير الدالة h على كل من المجالين $]-\infty; 1[$ و $]1; +\infty[$.

(5) نعتبر المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية : $x^3 - 3x^2 + 3x - 2 = 0$: (E)

أ. بين أن المعادلة (E) تكافئ المعادلة $f(x) = g(x)$.

ب. عين بيانيا حلول المعادلة (E) .

(6) ليكن P كثير الحدود المعرف بـ : $P(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 2$

أ) أحسب $P(2)$ ثم استنتج تحليلا لكثير الحدود P .

ب) حل في المجموعة $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$.

التمرين الثاني (06 نقاط)

الدالة العددية المعرفة بجدول تغيراتها الموالي :

x	-4	-2	1
$k(x)$	5	1	10

(1) أذكر اتجاه تغير الدالة k .

(2) نعتبر الدوال العددية التالية ψ, d و φ المعرفة بـ :

$$\varphi(x) = 2 + \frac{1}{k(x)} \quad \text{و} \quad \psi(x) = \sqrt{k(x)} \quad , \quad d(x) = -2k(x) + 3$$

أ) عين اتجاه تغير كل دالة من الدوال ψ, d و φ .

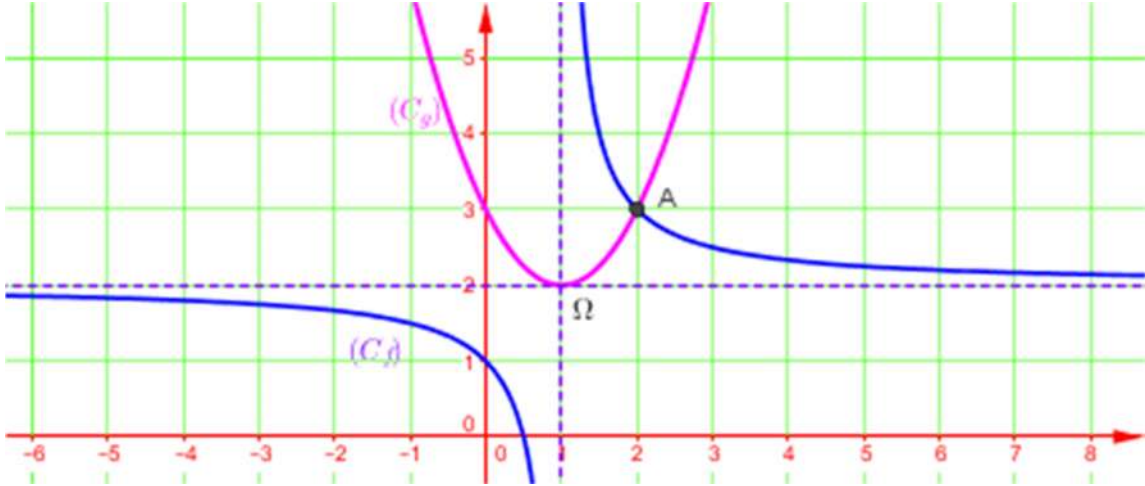
ب) شكل جدول تغيرات كل دالة من الدوال ψ, d و φ .

بالتوفيق 🙌 😊 والنجاح 🌸 أستاذ المادة

تصحيح الفرض الأول **المستوى : 2 رياضي**

العلامة	التصحيح
	التعريف الأول ☺☺☺ : لدينا : $f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$ و $g(x) = x^2 - 2x + 3$
2 × 0.25	(1) تعيين مجموعتي التعريف : $D_f = \{x \in \mathbb{R} / x-1 \neq 0\} = \mathbb{R} - \{1\} =]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$ $D_g = \mathbb{R} =]-\infty; +\infty[$
0.75	(2) أ) تعيين العددين الحقيقيين a, b بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{1\}$: $f(x) = a + \frac{b}{x-1}$ - لدينا : $f(x) = \frac{ax - a + b}{x-1}$ بالمطابقة نجد : $\begin{cases} a=2 \\ -a+b=-1 \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} a=2 \\ b=-1+a=-1+2 \end{cases}$ أي $\begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases}$ ومنه $f(x) = 2 + \frac{1}{x-1}$
2 × 0.25	ب) تفكيك الدالة f الى مركب دالتين : $u(x) = x-1$ $v(x) = 2 + \frac{1}{x}$ حيث $x \xrightarrow{u} x-1 \xrightarrow{v} 2 + \frac{1}{x-1}$
2 × 0.5	ج) استنتاج اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $]1; +\infty[$ و $] -\infty; 1[$: - لدينا u متزايدة تماما على المجال $] -\infty; 1[$. - من أجل $x \in] -\infty; 1[$ فإن $x-1 \in] -\infty; 0[$ و v متناقصة تماما على المجال $] -\infty; 0[$ وبالتالي f متناقصة تماما على المجال $] -\infty; 1[$. - لدينا u متزايدة تماما على المجال $]1; +\infty[$. - من أجل $x \in]1; +\infty[$ فإن $x-1 \in]0; +\infty[$ و v متناقصة تماما على المجال $]0; +\infty[$ وبالتالي f متناقصة تماما على المجال $]1; +\infty[$.
0.5	د) تبيان أنه يوجد تحويل نقطي بسيط يسمح بالانتقال من المنحني (C) الممثل للدالة مقلوب الى المنحني (C_f) : - لدينا : $f(x) = \frac{1}{x-1} + 2$ أي $f(x) = p(x-1) + 2$ حيث $p(x) = \frac{1}{x}$ ومنه (C_f) هو صورة (C) بالانسحاب $\vec{u}(1; 2)$

0.5	هـ) لدينا : $\Omega(1;2)$ نقطة من المستوي . - تعيين دساتير تغيير المعلم : لتكن M نقطة من المستوي احداثياتها (x,y) في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ واحداثياتها $(X;Y)$ في المعلم $(\Omega;\vec{i};\vec{j})$. $\begin{cases} x = X + 1 \\ y = Y + 2 \end{cases}$ بتغيير المعلم لدينا : - تعيين معادلة المنحني (C_f) في المعلم $(\Omega;\vec{i};\vec{j})$: - لدينا : $M \in (C_f)$ يعني $y = f(x)$ أي $y = 2 + \frac{1}{x-1}$ ومنه $Y + 2 = 2 + \frac{1}{X+1-1}$ أي $Y = \frac{1}{X}$ وهي معادلة المنحني (C_f) في المعلم $(\Omega;\vec{i};\vec{j})$
0.25	- تعيين مركز التناظر : النقطة $\Omega(1;2)$ مبدأ المعلم $(\Omega;\vec{i};\vec{j})$ هي مركز تناظر للمنحني (C_f).
0.5	(3) أ) التحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $g(x) = (x-1)^2 + 2$: - لدينا : $(x-1)^2 + 2 = x^2 - 2x + 1 + 2 = x^2 - 2x + 3$ ومنه $g(x) = (x-1)^2 + 2$
2 × 0.25	ب) تفكيك لدالة g الى مركب دالتين : $x \xrightarrow{u} x-1 \xrightarrow{m} (x-1)^2 + 2$ حيث $\begin{cases} u(x) = x-1 \\ m(x) = x^2 + 2 \end{cases}$ • استنتاج اتجاه تغير الدالة g على المجموعة $\mathbb{R}$: - لدينا : u متزايدة تماما على المجال $] -\infty; 1[$. - من أجل $x \in] -\infty; 1[$ فإن $x-1 \in] -\infty; 0[$ و m متناقصة تماما على المجال $] -\infty; 0[$ وبالتالي f متناقصة تماما على المجال $] -\infty; 1[$. - لدينا : u متزايدة تماما على المجال $] 1; +\infty[$. - من أجل $x \in] 1; +\infty[$ فإن $x-1 \in] 0; +\infty[$ و m متزايدة تماما على المجال $] 0; +\infty[$ وبالتالي f متناقصة تماما على المجال $] 1; +\infty[$.
0.5	ج) شرح كيفية رسم المنحني (C_g) : - لدينا : $g(x) = l(x-1) + 2$ حيث $l(x) = x^2$ إذن المنحني (C_g) هو صورة المنحني (C_l) بالانسحاب $\vec{u}(1;2)$

02	الرسم : 
0.25	(د) استنتاج أنه من أجل $x \in \mathbb{R}$ فإن $g(x) \in [2; +\infty[$: - من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $g(x) \in [2; +\infty[$
0.5	(4) لدينا $h(x) = (f \circ g)(x)$ (أ) تبين أن الدالة h معرفة على المجموعة $\mathbb{R}$: - لدينا : $D_{f \circ g} = \{x \in \mathbb{R} / x \in D_g \wedge g(x) \in D_f\}$ أي $D_{f \circ g} = \{x \in \mathbb{R} / x \in \mathbb{R} \wedge g(x) \in \mathbb{R} - \{1\}\}$ ومنه أي $D_{f \circ g} = \{x \in \mathbb{R} / x \in \mathbb{R} \wedge g(x) \neq 1\}$ لان $g(x) \neq 1$ حيث $g(x) \in [2; +\infty[$ $D_{f \circ g} = \mathbb{R} =]-\infty; +\infty[$
0.5	(ب) تعيين عبارة $h(x)$ بدلالة x : - لدينا : $h(x) = (f \circ g)(x) = f(g(x)) = \frac{2(x^2 - 2x + 3) - 1}{x^2 - 2x + 3 - 1}$ أي $h(x) = \frac{2x^2 - 4x + 5}{x^2 - 2x + 2}$
2 × 0.5	(ج) استنتاج اتجاه تغير الدالة h على كل من المجالين $]-\infty; 1]$ و $[1; +\infty[$: - على المجال $]-\infty; 1]$: g متناقصة تماما على $]-\infty; 1]$ و f متناقصة تماما على المجال $[2; +\infty[$ ومنه h متزايدة تماما على المجال $]-\infty; 1]$. - على المجال $[1; +\infty[$: g متزايدة تماما على $[1; +\infty[$ و f متناقصة تماما على المجال $[2; +\infty[$ ومنه h متناقصة تماما على المجال $[1; +\infty[$.

0.5	(5) نعتبر المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية : $(E): x^3 - 3x^2 + 3x - 2 = 0$ (أ) بين أن المعادلة (E) تكافئ المعادلة $f(x) = g(x)$: $f(x) = g(x)$ يكافئ $\frac{2x-1}{x-1} = x^2 - 2x + 3$ ومنه $(E): x^3 - 3x^2 + 3x - 2 = 0$
0.25	(ب) تعيين حلول المعادلة (E) بيانيا: حلول المعادلة (E) هي فواصل نقط تقاطع (C_g) و (C_f) $(C_f) \cap (C_g) = \{A\}$ $S = \{2\}$
0.25	(6) ليكن P كثير الحدود المعرف بـ : $P(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 2$ (أ) حساب $P(2)$: $P(x) = (2)^3 - 3(2)^2 + 3 \times 2 - 2 = 8 - 12 + 6 - 2 = 0$ - استنتاج تحليل لكثير الحدود P : • لدينا : 2 جذرا لكثير الحدود P إذن يمكن تحليل P على الشكل : $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 2ax^2 - 2bx - 2c$ ومنه $P(x) = (x-2)(ax^2 + bx + c)$ أي $P(x) = ax^3 + (b-2a)x^2 + (c-2b)x - 2c$ أي $\begin{cases} a=1 \\ b-2a=-3 \\ c-2b=3 \\ -2c=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-1 \\ c=1 \end{cases}$ بالمطابقة نجد : $P(x) = (x-2)(x^2 - x + 1)$
0.75	
01	(ب) الحل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$: $P(x) = 0$ يكافئ $(x-2)(x^2 - x + 1) = 0$ إما $x-2=0$ ومنه $x=2$ أو : $x^2 - x + 1 = 0$ حساب المميز : $\Delta = (-1)^2 - 4(1)(1) = -3 < 0$ ليس لها حل مجموعة الحلول $S = \{2\}$