

التمرين الأول (13 نقطة) :

f و g دالتان عدديتان للمتغير الحقيقي x معرفتين بـ : $f(x) = x^2 + 2x - 1$ ، $g(x) = \frac{-2x-1}{x+1}$

(1) أ) أثبت أنه من أجل كل x فإن : $f(x) = (x+1)^2 - 2$

ب) أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

ج) بين أنه يمكن استنتاج المنحنى (C_f) إنطلاقاً من المنحنى (P) الممثل للدالة مربع.

د) عين إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع محور الفواصل

(2) أ) حدد مجموعة تعريف الدالة g .

ب) أحسب $g(0)$ و $g(-2)$.

ج) تحقق أنه من أجل كل x من D_g : $g(x) = -2 + \frac{1}{x+1}$

د) أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

هـ) بين كيف يمكن استنتاج المنحنى (C_g) إنطلاقاً من المنحنى (H) الممثل للدالة مقلوب.

(3) أ) أنشئ كل من (C_f) و (C_g) . في نفس المعلم

ب) حدد بيانياً حلول المعادلة $f(x) = g(x)$

ج) حدد بيانياً حلول المتراجحة $f(x) \leq g(x)$

التمرين الثاني (07 نقاط) :

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$. نعتبر النقط $A(-1, 4)$ ، $B(-4, -2)$ و $C(1, 0)$

(1) أ. علم النقط A, B, C ، ثم احسب إحداثيي كل من الأشعة $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ ، $\overrightarrow{BC}$

ب. أوجد إحداثيي النقطة D حتى يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع (بالحساب)

ج. إستنتج إحداثيي النقطة I مركز متوازي الأضلاع $ABCD$.

د. لتكن النقطة $E(6, 2)$ ، بين أن النقط B, C و E في استقامية.

هـ. لتكن النقطة $F(-7, 4)$ ، بين أن المستقيم (BF) يوازي المستقيم (AC) .

(2) m عدد حقيقي ، (Δ_m) مستقيم معادلته من الشكل : $(m-1)x - (2m-1)y + 3m - 5 = 0$

أوجد العدد الحقيقي m في كل حالة ممايلي:

أ. المستقيم (Δ_m) يشمل المبدأ.

ب. المستقيم (Δ_m) معامل توجيهه هو العدد $\frac{3}{7}$

التصحيح النموذجي لامتحان الاستدراكي

حل التمرين الأول (13 نقطة):

f و g دالتان عدديتان للمتغير الحقيقي x معرفتين بـ:

$$g(x) = \frac{-2x-1}{x+1}, \quad f(x) = x^2 + 2x - 1$$

1) أثبات أنه من أجل كل x فإن:

$$f(x) = (x+1)^2 - 2$$

ب) دراسة تغيرات الدالة f .

باتباع خطوات دراسة دالة نجد أن:

- الدالة f متناقصة على المجال $]-\infty; -1]$

ومتزايدة على المجال $[-1; +\infty[$

- جدول التغيرات:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f(x)$		-2	

ج) يمكننا استنتاج المنحنى (C_f) انطلاقاً من المنحنى (P) الممثل للدالة مربع.

وهذا بالإنسحاب الذي شعاعه $\vec{v} \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$

د) تعيين إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع محور الفواصل

- نحل المعادلة $f(x) = 0$ فنجد:

$$(x+1)^2 - 2 = 0 \quad \text{ومنه} \quad (x+1)^2 = 2$$

$$\begin{cases} x = -1 + \sqrt{2} \\ \text{أو} \\ x = -1 - \sqrt{2} \end{cases} \quad \text{أي} \quad \begin{cases} x+1 = \sqrt{2} \\ \text{أو} \\ x+1 = -\sqrt{2} \end{cases}$$

إذن:

$$(C_f) \cap (xx') = \left\{ (-1 - \sqrt{2}; 0), (-1 + \sqrt{2}; 0) \right\}$$

2) أ) مجموعة تعريف الدالة g .

$$D_g = \{x / x \in \mathbb{R} \text{ et } x+1 \neq 0\}$$

$$D_g = \mathbb{R} - \{-1\} =]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$$

ب) $g(0) = -1$ و $g(-2) = -3$.

ج) التحقق أنه من أجل كل x من D_g : $g(x) = -2 + \frac{1}{x+1}$

$$g(x) = -2 + \frac{1}{x+1} = \frac{-2(x+1) + 1}{x+1} = \frac{-2x-1}{x+1}$$

د) دراسة تغيرات الدالة g

نفرض $x_1 < x_2$ على $]-1; +\infty[$ معناه: $x_1 + 1 < x_2 + 1$

$$\text{ومنه: } \frac{1}{x_1 + 1} > \frac{1}{x_2 + 1} \quad \text{أي: } -2 + \frac{1}{x_1 + 1} > -2 + \frac{1}{x_2 + 1}$$

وتكافئ: $g(x_1) > g(x_2)$

- إذن g الدالة متناقصة تماماً على المجال $]-1; +\infty[$

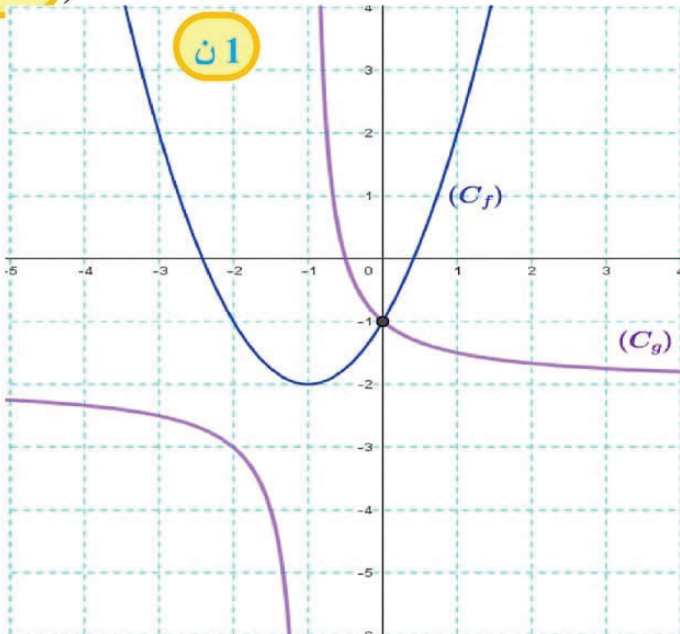
ونستنتج أن g الدالة متناقصة أيضاً على المجال $]-\infty; -1[$

- جدول التغيرات:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$g(x)$			

هـ) يمكننا استنتاج المنحنى (C_g) انطلاقاً من المنحنى (H)

الممثل للدالة مقلوب. وهذا بالإنسحاب الذي شعاعه $\vec{v} \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$





د. لتكن النقطة $F(-7, 4)$ ، نبين أن المستقيم (BF) يوازي المستقيم (AC) :

(BF) يوازي (AC) معناه $\overrightarrow{BF}$ و $\overrightarrow{AC}$ مرتبطان خطيا

$$\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix} \text{ و } \overrightarrow{BF} \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \end{pmatrix}$$

بما أن $(-3) \cdot (-4) - 2 \times 6 = 0$ فإن $\overrightarrow{BF}$ و $\overrightarrow{AC}$ الشعاعين مرتبطان خطيا

ن 1

اذن: المستقيم (BF) يوازي (AC)

2/ m عدد حقيقي (Δ_m) مستقيم معادلته من الشكل :

$$(m-1)x - (2m-1)y + 3m - 5 = 0$$

تعيين العدد الحقيقي m في كل حالة مما يلي:

أ. المستقيم (Δ_m) يشمل المبدأ:

النقطة O تنتمي إلى (Δ_m) معناه

ن 0,5

$$, m = \frac{5}{3} \text{ ومنه } (m-1) \cdot 0 - (2m-1) \cdot 0 + 3m - 5 = 0$$

ب. المستقيم (Δ_m) معامل توجيهه هو العدد $\frac{3}{7}$

$$\frac{-(m-1)}{-(2m-1)} = \frac{3}{7} \text{ هو العدد } (\Delta_m) \text{ معامل توجيهه}$$

ومنه: $m = 4$

ن 0,5

ب) من البيان فإن مجموعة حلول المعادلة $f(x) = g(x)$ هي $x = 0$

ن 0,5

ج) من البيان فإن مجموعة حلول المتراجحة $f(x) \leq g(x)$ هي $S = x \in]-1; 0]$

ن 0,5

حل التمرين الثاني (07 نقاط):

. نعتبر النقط $A(-1, 4)$ ، $B(-4, -2)$ و $C(1, 0)$

ن 0,5

1/ أ. تعليم النقط A, B, C وحساب مركبتا الأشعة

$$\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BC}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -3 \\ -6 \end{pmatrix} \text{ ومنه } \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} \\ \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix} \text{ ومنه } \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} \\ \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ ومنه } \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} x_C - x_B \\ y_C - y_B \end{pmatrix} \end{array} \right.$$

1/ أ. تعيين إحداثيي النقطة D حتى يكون الرباعي

$ABCD$ متوازي أضلاع (بالحساب)

ن 1

$ABCD$ متوازي أضلاع معناه $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

$$\text{لدينا: } \overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} x_D + 1 \\ y_D - 4 \end{pmatrix}, \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ ومنه } D(4, 6)$$

ب. إستنتاج إحداثيي النقطة I مركز متوازي الأضلاع

$ABCD$: I منتصف القطر $[AC]$ ومنه $I(0, 2)$

ن 1

ج. لتكن النقطة $E(6, 2)$ ، نبين أن النقط B, C و

$$\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}, \overrightarrow{BE} \begin{pmatrix} 10 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ في استقامية:}$$

بما أن: $\overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{BC}$ فإن الشعاعين $\overrightarrow{BE}; \overrightarrow{BC}$

مرتبطان خطيا

ن 1

ومنه: النقط B, C و E في استقامية