

المدة: ساعتان

الإمتحان الإستدراكي في مادة : الرياضيات

التمرين الأول: (5ن)

أجب بصح أو خطأ مع التعليل:

1. للشعاعان $\vec{v}$ و $-3\vec{v}$ نفس الاتجاه.
2. مقلوب كل عدد موجب هو عدد سالب.
3. f دالة متناقصة تماما على المجال $[-2; 1]$ منه $f(-2) < f(1)$.
4. الدالة مقلوب دالة زوجية.
5. الشعاعان المتعاكسان مرتبطان خطيا.

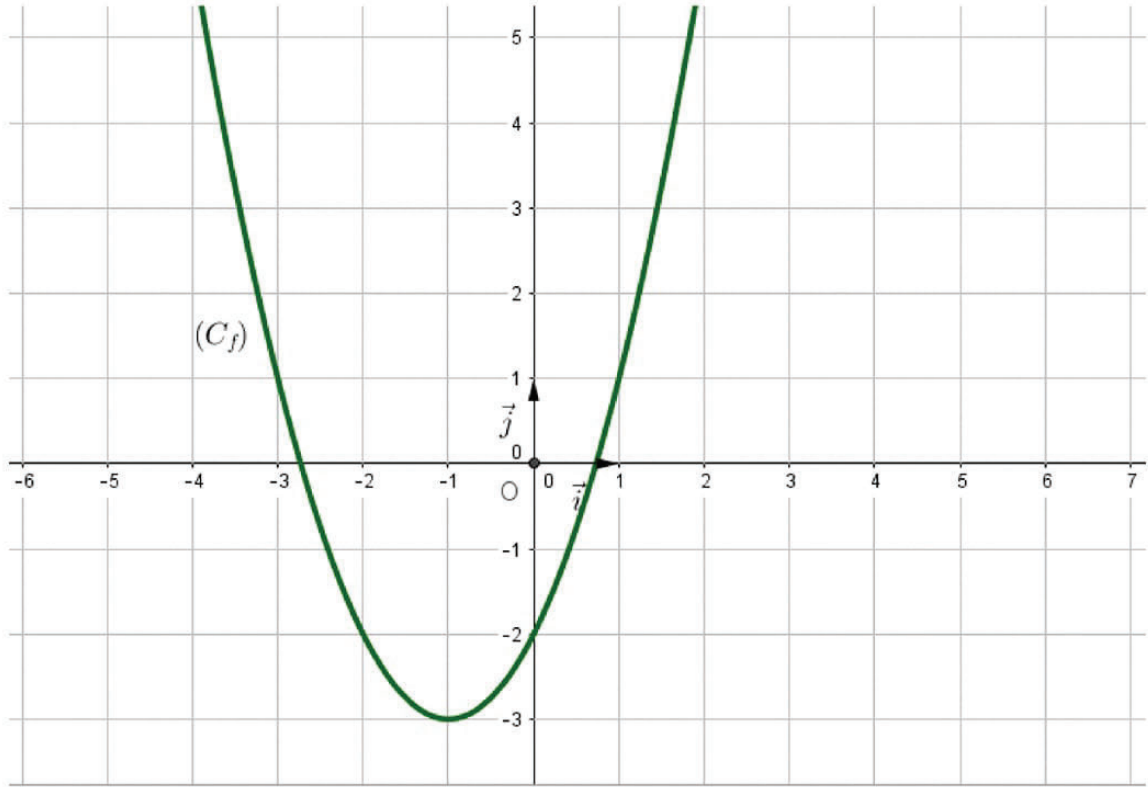
التمرين الثاني: (7ن)

المستوي منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ نعتبر النقطتين $A(2; 3)$ و $B = -2\vec{i} + 2\vec{j}$.

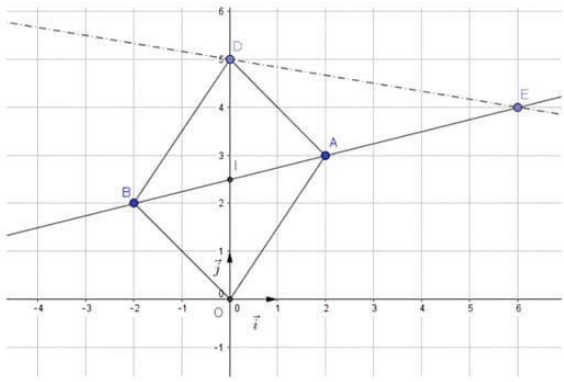
1. علم النقطتين A و B ، ثم أحسب مركبتي الشعاع $\vec{AB}$.
2. أوجد احداثيتي النقطة D حتى يكون الرباعي $AOBD$ متوازي أضلاع (حسابيا).
3. احسب احداثيتي النقطة I مركز متوازي الأضلاع $AOBD$.
4. لتكن النقطة $E(6; y)$ حيث y عدد حقيقي، أوجد قيمة y حتى تكون النقط A ، E و B على إستقامة.
5. اوجد معادلة ديكارتية للمستقيم (ED) ثم أعط:
 - المعادلة المختصرة للمستقيم (ED)
 - شعاع توجيه المستقيم (ED) ومعامل التوجيه.
 - احداثيتي نقط تقاطع المستقيم (ED) مع حامل محور الفواصل ومع حامل محور الترتيب.

التمرين الثالث: (8ن)

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x^2 + ax + b$ حيث a و b عددان حقيقيان . (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ الممثل في الشكل المقابل.



1. بالإعتماد على التمثيل البياني للدالة f بين أن $b = -2$ ثم بين أن $a = 2$.
2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = (x+1)^2 - 3$.
3. أدرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty; -1]$ وعلى المجال $[-1; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
4. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) \geq -3$ ، ماذا تستنتج؟
5. g دالة عددية معرفة كما يلي: $g(x) = \sqrt{x}$.
- ارسم (C_g) التمثيل البياني للدالة g في نفس المعلم السابق.
- حل في $\mathbb{R}$ بيانيا المعادلة $g(x) = f(x)$ (مع الشرح) ثم تأكد من النتيجة جبريا.
- حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $g(x) - f(x) < 0$.

العلامة	عناصر الإجابة
	حل للتمرين الأول: (5ن) الإجابة بصح أو خطأ مع التعليل: 1. خطأ: الشعاعان $\vec{v}$ و $\vec{-3v}$ متعاكسان في الاتجاه لأن -3 عدد سالب . 2. خطأ: مقلوب كل عدد موجب هو عدد موجب فقلب العدد لا يغير إشارته *مقلوب العدد الحقيقي غير المعدوم x هو $\frac{1}{x}$. 3. خطأ: f دالة متناقصة تماما على المجال $[-2;1]$ منه $f(-2) > f(1)$ لأن لدينا $-2 < 1$ و f دالة متناقصة تماما فهي تعكس الترتيب يصبح $f(-2) > f(1)$. 4. خطأ: الدالة مقلوب دالة فردية لأن مجموعة تعريفها $(\mathbb{R} - \{0\})$ متناظرة بالنسبة لـ 0 و $\frac{1}{-x} = -\frac{1}{x}$. 5. صحيح: الشعاعان المتعاكسان مرتبطان خطيا لأن $\vec{u}$ و $\vec{-u}$ شعاعين متعاكسين، يمكن أن نكتب $\vec{u} = (-1) \times \vec{-u}$. حل للتمرين الثاني: (7ن) 1. تمثيل الشكل :  2. حساب مركبي الشعاع $\vec{AB}$: لدينا: $\vec{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ أي: $\vec{AB} \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \end{pmatrix}$ 3. تعيين احداثيتي النقطة D حتى يكون الرباعي AOB D متوازي أضلاع . لدينا : متوازي أضلاع معناه: $\vec{OA} = \vec{BD}$ أي $\begin{pmatrix} x_A - x_O \\ y_A - y_O \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_D - x_B \\ y_D - y_B \end{pmatrix}$ منه: $\begin{cases} x_D + 2 = 2 \\ y_D - 2 = 3 \end{cases}$ إذن $D(0;5)$ 4. حساب احداثيتي النقطة I مركز متوازي الأضلاع AOB D : لدينا : I منتصف القطعة المستقيمة [AB] في نفس الوقت هي منتصف القطعة المستقيمة [OD] منه: $I \begin{pmatrix} \frac{x_B + x_A}{2} \\ \frac{y_B + y_A}{2} \end{pmatrix}$ أي: $I \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{5}{2} \end{pmatrix}$ 5. إيجاد قيمة y حتى تكون النقط A ، E و B على إستقامة، أي الشعاعان $\vec{AB}$ و $\vec{AE}$ مرتبطين خطيا. معناه: $0 = (-1)(2-6) - 4(3-y)$ نجد : $y = 4$ 6. إيجاد معادلة ديكارتية للمستقيم (ED) : لتكن $M(x;y)$ نقطة من (ED) معناه الشعاعان $\vec{ED} \begin{pmatrix} -6 \\ 1 \end{pmatrix}$ و $\vec{EM} \begin{pmatrix} x-6 \\ y-4 \end{pmatrix}$ مرتبطان خطيا
(0.25+0.75)	
0.25 × 2	
0.5	
1	
0.75	
1.25	
1	

$$\text{أي: } -6(y-4) - 1(x-6) = 0$$

* بعد الحساب نجد معادلة ديكارتية للمستقيم (ED) هي: $-6y - x + 30 = 0$

* والمعادلة المختصرة للمستقيم (ED) هي: $y = \frac{-1}{6}x + 5$

* شعاع توجيه للمستقيم (ED) هو $\begin{pmatrix} -6 \\ 1 \end{pmatrix}$ ومعامل التوجيه المستقيم (ED) هو $\frac{-1}{6}$.

* احداثيتي نقط تقاطع المستقيم (ED) مع حامل محور الفواصل هي (30;0) ومع حامل محور الترتيب هي (0;5).

حل للتمرين الثالث: (ن8)

1. بالاعتماد على التمثيل البياني للدالة f تبين أن $b = -2$:

(C_f) يمر من النقطة ذات الاحداثيتي (0;-2) منه $f(0) = -2$ أي $f(0) = 0^2 + a \times 0 + b = -2$ نجد: $b = -2$

كذلك: (C_f) يمر من النقطة ذات الاحداثيتي (1;1) منه $f(1) = 1$ أي $f(1) = 1^2 + a \times 1 - 2 = 1$ نجد: $a = 2$.

2. تبين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = (x+1)^2 - 3$

$$\text{لدينا: } (x+1)^2 - 3 = x^2 + 2x + 1 - 3 = x^2 + 2x - 2 = f(x)$$

3. دراسة اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty; -1]$

لدينا: x_1 و x_2 من $]-\infty; -1]$ حيث $x_1 < x_2 < -1$ باستعمال قواعد المقارنة نجد: $f(x_1) > f(x_2)$

منه f متناقصة تماما على المجال $]-\infty; -1]$

أدرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $[-1; +\infty[$: f متزايدة تماما على هذا المجال.

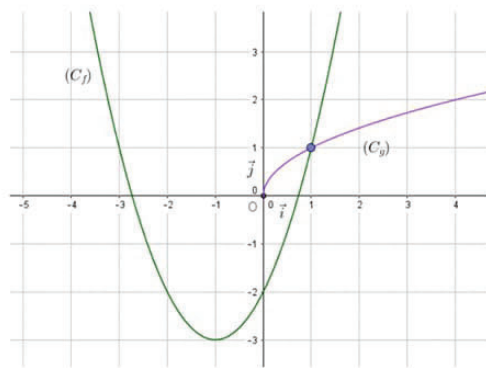
x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f(x)$			

تشكيل جدول تغيرات الدالة f

4. تبين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) \geq -3$:

لدينا: $(x+1)^2 \geq 0$ دوماً ومنه $(x+1)^2 - 3 \geq -3$.

ومنه نستنتج أن: -3 هي قيمة حدية صغرى للدالة f ، تبلغها عند -1 .



* رسم (C_g) التمثيل البياني للدالة g .

* حل في $\mathbb{R}$ بينا المعادلة $g(x) = f(x)$: هي فاصلة نقطة تقاطع (C_g) و (C_f) أي 1.

* التأكد من النتيجة جبرياً:

لدينا: $f(1) = 1$ و $g(1) = 1$ (بعد الحساب) إذن $f(1) = g(1) = 1$.

* حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $g(x) - f(x) < 0$: أي المتراجحة $g(x) < f(x)$ هو $]1; +\infty[$.