المادّة: الرياضيَّات
المستوى: 1ج م ع

التاريخ: 2021/06/03
المدة: 02 ســـــا

اختبار الفصل الثاني

التَّمرين الأوَّل: (11 ن)

I. ليكن كثير الحدود $p(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$.

1. أحسب $p(-1)$ ثم أعط تحليلا لـ $p(x)$.

2. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $p(x) = 0$ والمتراجحة $p(x) \leq 0$.

II. نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^2 - 4x + 3$.

تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f(x) = (x-2)^2 - 1$.

1) أدرس اتجاه تغير الدالة f على المجالين: $]-\infty\,;\,2[$ و $]2\,;\,+\infty[$.

2) شكّل جدول تغيرات الدالة f.

3) أوجد نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع محور الفواصل ومحور التراتيب.

4) أرسم المنحنى (C_f) إنطلاقا من منحنى الدالة مربع بانسحاب يطلب تعيين شعاعه.

5) نعتبر الدالة التآلفية: $g(x) = -2x + m$, نسمي (C_g) منحناها البياني.

أ. أوجد حسابيا قيم العدد الحقيقي m بحيث:

- المنحنى (C_f) يقطع المنحنى (C_g) في نقطتين.
- المنحنى (C_f) يكون دائما فوق المنحنى (C_g).

ب. من اجل $m = 4$ أوجد حسابيا حلول ما يلي: $f(x) = g(x)$ و $f(x) \geq g(x)$.

III. نعتبر الدالتين h و k المعرفتين بـ: $h(x) = |f(x)|$ و $k(x) = f(|x|)$.

1) أكتب $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة. ثم اشرح كيفية رسم المنحنى$(_h\ )$. (الرسم غير مطلوب).

2) بين أن k دالة زوجية، ثم أرسم (C_k) منحنى الدالة k في نفس المعلم السابق.

التَّمرين الثَّاني: (04 ن)

1) عيّن القيس الرئيسي للزوايا التالية: $\frac{2021\,\pi}{6}$, $\frac{1442\,\pi}{3}$, $135°$, $\frac{102\,\pi}{3}$.

2) بسّط العبارة التالية: $A(x) = 2\cos(2021\pi - x) + 4\sin(1441\pi - x) + \cos(x - 735\pi)$.

3) x عدد حقيقي، $E(x)$ عبارة حيث: $E(x) = \cos^2(x) - \sin^2(x)$.

أ. أحسب $E\left(\frac{5\pi}{4}\right)$.

ب. بيّن أنّ: $E(x) = 2\cos^2(x) - 1$.

4) إذا علمت أنّ $E(x) = \frac{1}{2}$ و $x \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.

أحسب $\cos x$ و $\sin x$.

التَّمرين الثَّالث: (05 ن)

الجدول التالي يمثل السرعات التي سجلتها الشرطة بأحد الطرق السريعة.

السرعات (km/h)	$[70\,;\,80[$	$[80\,;\,90[$	$[90\,;\,100[$	$[100\,;\,110[$	$[110\,;\,120[$	$[120\,;\,130[$
عدد السيارات	2	10	7	12	8	6

1) أعد رسم الجدول مبرزا فيه مراكز الفئات والتكرار المجمع الصاعد.

2) أحسب كل من: الوسط الحسابي، المدى والفئة المنوالية.

3) أحسب الوسيط.

4) أنشئ المدرج التكراري.

5) أنشئ المظلَّع التكراري.

بالتَّوفيق للجميع

تمرين ①

$P(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$

$P(-1) = (-1)^3 - 3(-1)^2 - (-1) + 3 = -1 - 3 + 1 + 3 = 0$

$P(x) = (x-(-1))(ax^2+bx+c)$

$= (x+1)(ax^2+bx+c)$

$= ax^3 + bx^2 + cx + ax^2 + bx + c$

$= ax^3 + (b+a)x^2 + (c+b)x + c$

بالمطابقة

$\begin{cases} a = 1 \\ b+a = -3 \rightarrow b = -3-a = -4 \\ c+b = -1 \rightarrow c = -1-b = 3 \\ c = 3 \end{cases}$

$P(x) = (x+1)(x^2-4x+3)$

$P(x) = 0 \rightarrow \begin{cases} x+1 = 0 \rightarrow x = -1 \\ x^2-4x+3 = 0 \end{cases}$

$x^2-4x+3 = 0 \quad ; \quad \Delta = (-4)^2 - 4(1)(3) = 16-12 = 4$

$x_1 = \frac{-(-4)-\sqrt{4}}{2(1)} = 1 \qquad x_2 = \frac{-(-4)+\sqrt{4}}{2} = 3$

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
x^2-4x+3		$+$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

$P(x) \leq 0 \rightarrow x \in]-\infty, -1] \cup [1, 3]$

لدينا

$f(x) = (x-2)^2 - 1$

$= x^2 - 4x + 4 - 1 = x^2 - 4x + 3$

-1

$x \in]2, +\infty[$	$x \in]-\infty, 2[$
$2 < x_1 < x_2$	$x_1 < x_2 < 2$
$0 < x_1 - 2 < x_2 - 2$	$x_1 - 2 < x_2 - 2 < 0$
$0 < (x_1-2)^2 < (x_2-2)^2$	$(x_1-2)^2 > (x_2-2)^2 > 0$
$-1 < (x_1-2)^2 - 1 < (x_2-2)^2 - 1$	$(x_1-2)^2 - 1 > (x_2-2)^2 - 1$
$-1 < f(x_1) < f(x_2)$	$f(x_1) > f(x_2) > -1$
f متزايدة تماما	f متناقصة تماما

-2

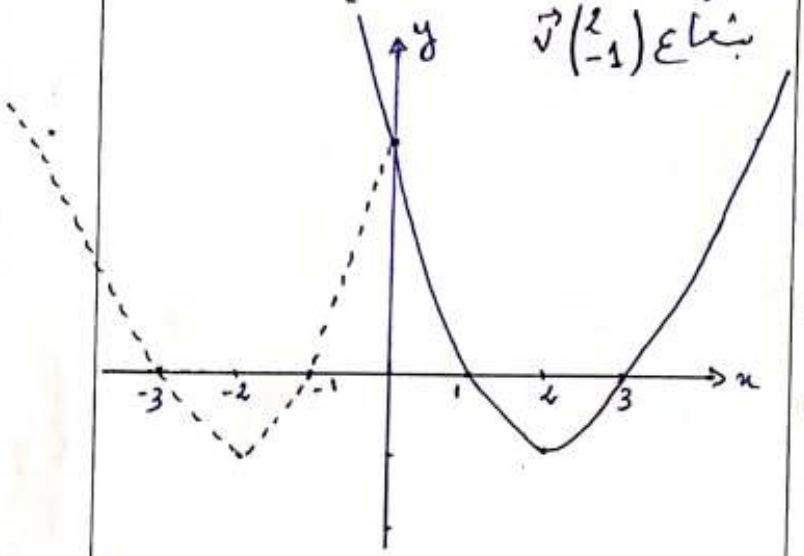
x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$		-1	$\nearrow$	

3- التقاطع مع محور التراتيب : $f(0) = 3$

التقاطع مع محور الفواصل : $x^2-4x+3 = 0$

$x_1 = 1 \qquad x_2 = 3$

4- (C_f) هو إنسحاب منحنى الدالة x^2 بشعاع $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$



5- المنحنى (C_f) يقطع المنحنى (C_g) : $f(x) = g(x) + m$

$x^2-4x+3 = -2x+m \rightarrow x^2-2x+3-m = 0$

$\Delta = (-2)^2 - 4(1)(3-m) = 4-12+4m$

$\Delta = 4m - 8$

m	$-\infty$		2		$+\infty$
$\Delta = 4m-8$		$-$	0	$+$	

المنحنى (C_f) يقطع المنحنى (C_g) في نقطتين

إذا كانت المعادلة تقبل حلين و منه $\Delta > 0$

و منه $m \in]2, +\infty[$

(C_f) يكون دائما فوق (C_g) المعادلة لا تقبل حلول حتى تكون المسافة بينهما $\neq 0$ موجبة

و منه $\Delta < 0$: $m \in]-\infty, 2[$

$A(x) = 2\cos(2021\pi - x) + 4\sin(1441\pi - x) + \cos(x - 735\pi)$

$A(x) = 2\cos(\pi - x) + 4\sin(\pi - x) + \cos(x - \pi)$

$= -2\cos x + 4\sin x - \cos x$

$= 4\sin x - 3\cos x$

-3

$E\left(\frac{5\pi}{4}\right) = \sin^2\left(\frac{5\pi}{4}\right) - \cos^2\left(\frac{5\pi}{4}\right)$

$= \sin^2\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) - \cos^2\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right)$

$= \sin^2\frac{\pi}{4} - \cos^2\frac{\pi}{4} = 0$

$E(x) = \cos^2 x - \sin^2 x$ / $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$

$E(x) = \cos^2 x - (1 - \cos^2 x) = 2\cos^2 x - 1$

-4

$E(x) = \frac{1}{2} \rightarrow 2\cos^2 x - 1 = \frac{1}{2}$

$2\cos^2 x = \frac{1}{2} + 1 \rightarrow \cos^2 x = \frac{3}{4} \rightarrow \cos x = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\begin{cases} \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \sin x = \frac{1}{2} \\ \cos x = +\frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \text{مرفوض} \end{cases}$

تعريف 3 :

$\bar{x} = 102,11$

الفئات	75	85	95	105	115	125
n_i	2	10	7	12	8	6
ت.ت.ص	02	12	19	31	39	45

$p = 45 = 2 \cdot 22 + 1$ $\quad p = 22$

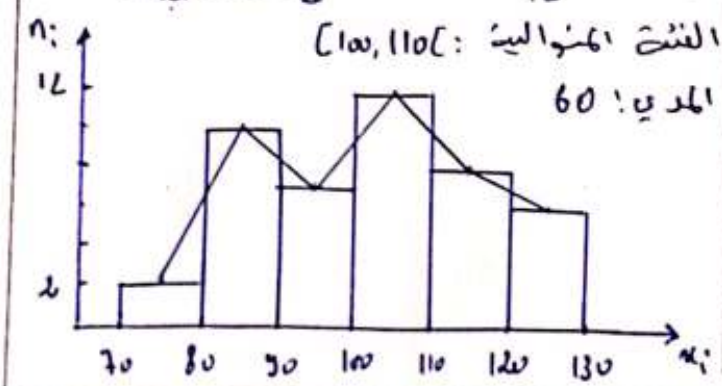
الفئة الوسطى $[100, 110[$ $\quad b = 110$ $\quad a = 100$

$\ell = 110 - 100 = 10$ $\quad d = 12$ $\quad r = 4$

$M_{cd} = a + \frac{r}{d} \cdot \ell = 100 + \frac{4}{12} \cdot 10 = 103,33$

الفئة المنوالية: $[100, 110[$

المدى: 60



ب) $m = 4$ $\quad \Delta = 4(4) - 8 = 8$

$x_1 = \frac{-(-2) - \sqrt{8}}{2(1)} = \frac{2 - 2\sqrt{2}}{2} = 1 - \sqrt{2}$

$x_2 = \frac{-(-2) + \sqrt{8}}{2(1)} = \frac{2 + 2\sqrt{2}}{2} = 1 + \sqrt{2}$

$x_1 = 1 - \sqrt{2}$; $x_2 = 1 + \sqrt{2}$: ت ؛ أ $\quad f(x) = g(x)$

x	$-\infty$	$1-\sqrt{2}$	$1+\sqrt{2}$	$+\infty$
$f(x)-g(x)$	+	0 −	0	+

$x \in]-\infty, 1-\sqrt{2}] \cup [1+\sqrt{2}; +\infty[$

-1

$h(x) = |f(x)| = \begin{cases} f(x) & f(x) > 0 \\ -f(x) & f(x) < 0 \end{cases}$

$h(x) = \begin{cases} x^2 + 4x + 3 & x \in]-\infty, 1[\cup]3, +\infty[\\ -x^2 + 4x - 3 & x \in]1, 3[\end{cases}$

ـ لما : $x \in]-\infty, 1[\cup]3, +\infty[$:

(C_h) هو نفسه (C_f)

لما : $x \in]1, 3[$:

(C_h) هو نظير (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل

-2

$k(1-x) = f(|1-x|) = f(|x|) = k(x)$

k دالة زوجية.

تعريف 2 :

$\frac{2021\pi}{6} = 336\pi + \frac{5\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$

$\frac{1442\pi}{3} = 480\pi + \frac{2\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$

$135° = \frac{3\pi}{4}$

$\frac{102\pi}{3} = 34\pi = 0$