

السلسلة رقم 01

الأعداد والحساب



- مجموعات الأعداد
- الحساب على الأسس
- الحساب على القوى
- الحساب على الجذور
- الأعداد الأولية
- القيم المقربة

$$\alpha = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \sqrt{2}}}} ; \beta = \frac{(12^8)^{-2} \times 75^{-4} \times (-4)^{-9}}{(25^{-2})^{-4} \times 18^6}$$

$$\gamma = \sqrt{\frac{75}{98}} + \sqrt{\frac{300}{98}} - \sqrt{\frac{363}{338}} ; \lambda = \frac{\frac{1}{\pi+3} - \frac{1}{\pi-3}}{1 + \frac{\pi^2}{9 - \pi^2}}$$

03 التمرين رقم

بسّط واكتب النتيجة على شكل جداء أو حاصل قسمة قوى أسسها موجب.

$$B = \frac{(a^2b)^{-3} c^5 a^4}{(bc^2)^2 b^{-1}} ; A = \frac{(a^2b)^{-3} c^2}{ab^{-3}}$$

$$C = \frac{(-a)^2 2b}{2b^{-1}} \text{ حيث } a, b, c \in \mathbb{R}^*$$

04 التمرين رقم

اكتب على شكل قوى للعدد 10.

$$a = 1000^7 \times 0,01^{10} ; b = \frac{100^3}{0,1^9 \times 10000^3}$$

$$c = \frac{0,001^3 (-10000)^5}{0,01^{-4}}$$

$$d = \frac{0,0001^{-4} \times 10000^5 (-0,001)^7}{(10 \times 0,01^3)^4}$$

01 التمرين رقم

بين أن الأعداد التالية طبيعية:

$$A = \frac{\sqrt{722}}{\sqrt{2}} ; B = \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}} + \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}}$$

$$C = \frac{3^{10}}{243} ; D = \sqrt{22 + \sqrt{5 + \sqrt{15 + \sqrt{1}}}}$$

$$E = \frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{ab} ; a, b \in \mathbb{R}^*$$

02 التمرين رقم

بسّط الأعداد التالية، ثم حدّد طبيعة كل منها (أصغر مجموع بنتمي إليها العدد).

$$a = \sqrt{4 - \sqrt{7}} \sqrt{4 + \sqrt{7}} ; b = \frac{7 + \frac{1}{3} - \frac{5}{2}}{\frac{2}{3} - \frac{3}{5} + 5}$$

$$c = \frac{1}{3 - \sqrt{5}} + \frac{1}{3 + \sqrt{5}} ; d = \sqrt{21^2 + 20^2}$$

$$e = \frac{2^6 \times 15^3 \times (-3)^8}{10^5 \times (-16)^4 \times 27^{-3}} ; k = \frac{2\pi + 4}{3\pi + 6}$$

$$l = \frac{2\pi}{3,14} ; m = \sqrt{6 - \sqrt{\frac{7}{2} + \frac{\sqrt{12} + \sqrt{27}}{\sqrt{300}}}}$$

$$n = 9 \times 10^{-3} + 0,4 \times 10^{-2}$$

08 التمرين رتم

- I. a و b عدنان حقيقيان حيث $a > b$ بحققان
ما يلي: $ab = 1$; $a + b = \sqrt{5}$
(1) احسب $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ و $\sqrt{a} - \sqrt{b}$
(2) استنتج $a - b$ ، ثم العددين a و b
II. α و β عدنان حقيقيان حيث:
 $\alpha = \sqrt{4 - \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}$; $\beta = \sqrt{4 + \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}$
(1) تحقق أن: $\sqrt{6 - 2\sqrt{5}} = \sqrt{5} - 1$
(2) احسب $\alpha^2 + \beta^2$ و $\alpha\beta$ ، ثم استنتج قيمته مبسطاً
للمجموع $\alpha + \beta$

09 التمرين رتم

- (1) عيّن العدد الطبيعي n الذي يحقق:
 $20164 = n^2 \times 71^2$
(2) استنتج أن العدد 20164 هو مربع لعدد طبيعي
بطلب تعبينه.
(3) بين -دون استعمال الحاسبة- أن $\sqrt{2,0164}$ هو
عدد عشري.
(4) اكتب العدد $1,43$ على شكل كسر غير قابل
للاختزال.

10 التمرين رتم

- (1) أ- حلّ كلا من العددين 1782 و 999 إلى جداء
عوامل أولية.
ب- استنتج تحليل العدد 1782×999 إلى جداء
عوامل أولية.
ج- بسّط العددين $\sqrt{1782}$ و $\sqrt{999}$.
(2) عيّن $PGCD$ و $PPCM$ العددين السابقين.
(3) ليكن العدد: $\alpha = 1,783783...$
أ- ما طبيعة العدد α ؟
ب- أعط اللكناية الكسرية لـ α ، ثم استنتج شكله
غير القابل للاختزال.

05 التمرين رتم

- اكتب على شكل كسر غير قابل للاختزال الأعداد
الناطقة التالية: $a = 7,333...$ ، $b = 12,45$ ،
 $c = 2,0134$ ، $d = -0,53634$

06 التمرين رتم

- نعتبر العددين الحقيقيين a و b حيث:
 $a = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$; $b = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$
(1) احسب ab و $a + b$
(2) استنتج قيمة كل من $a^2 + b^2$ و $a^4 + b^4$
 $a = \frac{3 + \sqrt{5}}{1 + \sqrt{5}}$; $a^2 = a + 1$
(3) بين أن:
 $\frac{1}{a} = a - 1$; $a^3 = 2a + 1$

ملاحظة: a يسمى العدد الذهبي ويرمز له بالرمز ϕ .

07 التمرين رتم

- x و y عدنان من $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ ، نضع: $A = \frac{x + y}{1 + xy}$
(1) احسب A من أجل $x = \frac{1}{3}$ و $y = -\frac{2}{5}$
(2) احسب $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$ و $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$
(3) نضع الآن: $x = \sqrt{5 + 2\sqrt{6}}$ و $y = \sqrt{5 - 2\sqrt{6}}$
أ- احسب $x^2 + y^2$ و xy ، ثم استنتج $x + y$.
ب- تحقق عندئذ أن: $A = \sqrt{3}$
(4) بين أنه من أجل كل x و y من $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ فإن:
 $A + 1 = \frac{(x + 1)(y + 1)}{1 + xy}$
 $A - 1 = \frac{(x - 1)(y - 1)}{1 + xy}$



11

التمرين رقم

نعتبر العددين الطبيعيين a و b حيث:

$$a = 2^n \times 3 \times 5^m ; b = 5292$$

مع $n, m \in \mathbb{N}^*$

(1) عيّن قيمتي n و m حتى يكون $a = 1200$.

(2) حلّل العدد b إلى جداء عوامل أولية.

(3) احسب $PGCD(a; b)$ و $PPCM(a; b)$.

(4) دون آلة حاسبة، بين أن $\sqrt{ab}$ عدد طبيعي.

(5) احسب المجموع $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$.



12

التمرين رقم

A و B عددان طبيعيان حيث:

$$A = \frac{2^5 \times 15^2 \times 7}{5 \times 10} ; B = -\frac{(-1)^{2021} \times 75 \times 10^2}{5 \times 2^2}$$

(1) بين أن: $A = 1008$ و $B = 375$. (دون حاسبة)

(2) استنتج التحليل إلى جداء عوامل أولية لكل من A و B .

(3) احسب $PGCD(A; B)$ و $PPCM(A; B)$.

(4) اختزل الكسر $\frac{A}{B}$.

(5) اكتب بمقام ناطق الكسر $\frac{1}{\sqrt{B} + 2}$.



13

التمرين رقم

ليكن a و b العددين المعرفين كما يلي:

$$a^3 = 3^9 \times 12^3 \times 21^6 ; b = \sqrt{486n}$$

حيث n عدد طبيعي غير معدوم.

(1) حلّل العدد a إلى جداء عوامل أولية.

(2) عيّن أصغر قيمة لـ n حتى يكون b عددا طبيعيا.

(3) نضع الآن: $n = 54$.

أ- حلّل b إلى جداء عوامل أولية.

ب- احسب $PGCD(a; b)$ و $PPCM(a; b)$.



ج- اختزل الكسر $\frac{b}{a}$ ، ثم احسب الفرق $\frac{2}{b} - \frac{3}{a}$.

د- هل $\frac{b}{a}$ عدد عشري؟ برّر جوابك.



14

التمرين رقم

(1) n عدد طبيعي غير معدوم.

بقسمت العدد n على كل من الأعداد 3150 ، 220 و 600 نحصل على البواقي 3148 ، 218 و 598 على الترتيب.

❖ عيّن أصغر قيمة للعدد n .

(2) m عدد طبيعي غير معدوم.

بقسمت كل من الأعداد 3171 ، 3109 و 1963 على العدد m نحصل على البواقي 25 ، 15 و 13 على الترتيب.

❖ عيّن أكبر قيمة للعدد m .



15

التمرين رقم

(1) اكتب على الشكل العلمي كلا من الأعداد التالية، ثم حدّد رتبة مقداره.

$$a = 2021 \times 10^{20} ; b = 0,000083 \times 10^{-17}$$

$$c = 0,07 + 2 \times 10^{-2} - 53 \times 10^{-3}$$

$$d = \frac{4 \times 10^8 + 0,0000005}{29 \times 10^{-6} - 20 \times 10^{-7}}$$

(2) استنتج رتبة مقدار العددين a^2b و $\frac{b}{a}$.



16

التمرين رقم

نعتبر العدد a حيث:

$$a = 1 + 7 + 7^2 + 7^3 + \dots + 7^{15}$$

(1) اكتب $7a + 1$ بدلالة a .

(2) استنتج أن: $6a = 7^{16} - 1$ و أن:

$$a = 8(7^2 + 1)(7^4 + 1)(7^8 + 1)$$

20

التمرين رتم



n عدد طبيعي غير معدوم .

(1) أثبت صحة المساواة التالية:

$$\frac{1}{(n+1)\sqrt{n} + n\sqrt{n+1}} = \frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}}$$

(2) استنتج قيمة المجموع S التالي:

$$S = \frac{1}{2\sqrt{1} + 1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{50\sqrt{49} + 49\sqrt{50}}$$



دبرها في بالك مبيع:
النجاحات الباهرة لا تصنع بين عشية
وضحاها..
بل هي نتاج إرادة فوية واجتهاد دائم
وإيمان راسخ في قدرتك على فعلها...



تمنيتي لكم بمشوار موفق في الشانوية

17

التمرين رتم



برهن صحة المساواة التالية:

$$(x^n + x^m)^2 - (x^n - x^m)^2 = 4x^{n+m}; \begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ n, m \in \mathbb{N} \end{cases}$$

$$\frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{3}{4}} - \sqrt{\frac{4}{3}} \right) = -\frac{1}{4\sqrt{3}}$$

$$\sqrt{\frac{8^{10} + 4^{10}}{8^4 + 4^{11}}} = 16$$

$$\frac{(9^{n+1} + 9^n)^2}{(3^{2n+1} - 3^{2n})^2} = 25 ; n \in \mathbb{N}$$

$$44444^2 + 33333^2 = 55555^2$$

18

التمرين رتم



(1) n عدد طبيعي ، اكتب الأعداد التالية بمقامات

$$\frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} , \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} , \frac{1}{\sqrt{2} + 1}$$

(2) احسب المجموع S التالي:

$$S = 1 + \frac{1}{\sqrt{2} + 1} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2021} + \sqrt{2020}}$$

19

التمرين رتم



n عدد طبيعي غير معدوم .

$$(1) \text{ بـن أن: } \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n(n+1)}$$

(2) بسط المجموع T التالي:

$$T = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{99 \times 100}$$

