

الاختبار الأول في مادة الرياضيات

المدة: ساعتان

المستوى: أولى علوم تك

التمرين الأول: 6 ن

الأسئلة 1, 2, 3 و 4 مستقلة .

1- ليكن a و b عددين حقيقيين حيث $a = 7^{n+1} + 7^n$ و $b = 5^{n+1} + 5^n$.أ- استنتج تحليل لكل من a و b إلى جداء عوامل أولية بدلالة n .ب- بين أن: $\text{ppcm}(a; b) = 7^n \times 5^n \times 3 \times 2^3$.2- الكتابة العشرية الدورية للعدد حقيقي d هي: $d = 4, \underline{47}47\dots$ أ- عين مدور العدد d إلى 10^{-3} ثم إلى الوحدة.ب- عين الكتابة الكسرية للعدد d .3- ليكن x عدد حقيقي حيث: $\frac{2}{5} \leq \frac{2}{2x-1} \leq \frac{2}{3}$ بين أن $x \in [2; 3]$.- استنتج رتبا تصاعديا الاعداد $x^{-1}; x^{-2}; x^{-3}$.4- لتكن f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x) = \frac{|x|}{x^2+1}$ - ادرس شفعية الدالة f , ثم فسر النتيجة هندسيا.التمرين الثاني: 7 ننعتبر العبارة $E(x) = |x-3| - |x-1| + 1$.1- اكتب عبار $E(x)$ دون رمز القيمة المطلقة. (إرشاد: استعن بجدول الإشارات)2- احسب $E(2)$ ثم بين أن $E(\sqrt{3}) = 5 - 2\sqrt{3}$.3- علما أن $1,8 < \sqrt{3} < 1,7$ ، عين حصرا ل: $\frac{2}{E(\sqrt{3})}$.4- حل في $\mathbb{R}$ المعادلتين والمتراجحة:

▪ $E(x) = 1$

▪ $E(x) = |x-3|$

▪ $E(x) \leq 1$

التمرين الثالث: 7 ن

الجزء الأول:

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 4x^2 - 12x + 5$

1- بين إن: $f(x) = (2x - 3)^2 - 4$

2- احسب $f(-1)$; $f(0)$, ثم حل المعادلة $f(x) = 0$

3- ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $\left[\frac{3}{2}; +\infty\right]$ ثم المجال $\left]-\infty; \frac{3}{2}\right]$.

4- شكل جدول تغيرات الدالة f .

- استنتج أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن: $f(x) - f\left(\frac{3}{2}\right) \geq 0$

الجزء الثاني:

f دالة معرفة بتمثيلها البياني (C_f) كما يلي:

حدد بيانيا مايلي:

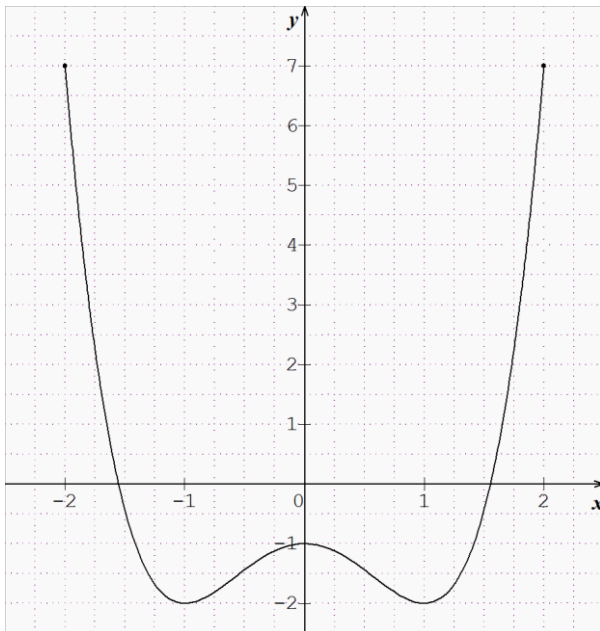
1- مجموعة تعريف الدالة f .

2- عين بيانيا سوابق العددين (-2) , 7 .

3- عين $f(0)$, $f(-1)$, $f(2)$.

4- شكل جدول تغيرات الدالة f على مجموعة تعريفها.

5- حدد القيم الحدية العظمى والصغرى للدالة f على مجموعة تعريفها.



انتهى بالتوفيق للجميع

التمرين الأول

-1 $a = 7^{n+1} + 7^n$ و $b = 5^{n+1} + 5^n$.

أ- استنتاج تحليل لكل من a و b إلى جداء عوامل أولية بدلالة n .

$$b = 5^{n+1} + 5^n = 5^n \times 5 + 5^n = 5^n (5+1) = 5^n \times 2 \times 3$$

$$a = 7^{n+1} + 7^n = 7^n \times 7 + 7^n = 7^n (7+1) = 7^n \times 2^3$$

ب- بيان أن: $\text{ppcm}(a; b) = 7^n \times 5^n \times 3 \times 2^3$.

لدينا: $b = 5^n \times 2 \times 3$ و $a = 7^n \times 2^3$ ومنه $\text{ppcm}(a; b) = 7^n \times 5^n \times 3 \times 2^3$

-2 الكتابة العشرية الدورية للعدد حقيقي d هي: $d = 4, \underline{4747} \dots$

أ- مدور العدد d إلى 10^{-3} هو 4,475؛ إلى الوحدة هو 4

ب- الكتابة الكسرية للعدد $d \times 10^2 - d = 443$ (1)

(2) $d \times 10^2 - d = 99d$

من (1) و (2) نجد $443 = 99d$ ومنه $d = \frac{443}{99}$

-3 x عدد حقيقي حيث: $\frac{2}{5} \leq \frac{2}{2x-1} \leq \frac{2}{3}$ بيان أن $x \in [2; 3]$.

$$\frac{1}{5} \leq \frac{1}{2x-1} \leq \frac{1}{3} \text{ يكافئ } \frac{2}{5} \leq \frac{2}{2x-1} \leq \frac{2}{3}$$

ومنه $5 \geq 2x - 1 \geq 3$ ومنه $6 \geq 2x \geq 4$

ومنه $3 \geq x \geq 2$ يكافئ $x \in [2; 3]$.

- استنتاج رتبا تصاعديا للأعداد $x^{-1}; x^{-2}; x^{-3}$.

لدينا $3 \geq x \geq 2$ ومنه $\frac{1}{3} \leq \frac{1}{x} \leq \frac{1}{2}$ يكافئ $\frac{1}{3} \leq x^{-1} \leq \frac{1}{2}$

ومنه $1 < x^{-1} < 0$ إذن $x^{-1} > x^{-2} > x^{-3}$.

-4 لتكن f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{|x|}{x^2 + 1}$

- دراسة شفعية الدالة f ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

لدينا D_f متناظرة بالنسبة للمبدأ الصفر.

$$f(-x) = \frac{|-x|}{(-x)^2 + 1} = \frac{|x|}{x^2 + 1} = f(x)$$

ومن الدالة f زوجية ومنحنها البياني متناظر بالنسبة لمحور الترتيب

التمرين الثاني:

نعتبر العبارة $E(x) = |x-3| - |x-1| + 1$.

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
$x-3$	—	—	+	
$x-1$	—	+	+	
$E(x)$	$-x+3$ $+x-1+1$ $=3$	$-x+3$ $-x+1+1$ $=-2x+5$	$x-3$ $-x+1+1$ $=-1$	

-2 حساب $E(2)$ ثم بيان أن $E(\sqrt{3}) = 5 - 2\sqrt{3}$

بما أن العددا 2 و $\sqrt{3}$ من المجال $[1; 3]$ فإن:

$$E(\sqrt{3}) = 5 - 2\sqrt{3}; \quad E(2) = -2 \times 2 + 5 = 1$$

-3 علما أن $1,7 < \sqrt{3} < 1,8$ ،

تعيين حصر الـ: $\frac{2}{E(\sqrt{3})}$ لدينا

$$1,7 < \sqrt{3} < 1,8$$

$$(-2)1,7 > (-2)\sqrt{3} > (-2)1,8$$

$$-3,4 > -2\sqrt{3} > -3,6$$

$$-3,4 + 5 > -2\sqrt{3} + 5 > -3,6 + 5$$

$$1,6 > -2\sqrt{3} + 5 > 1,4$$

$$1,6 > E(x) > 1,4$$

ومنه $\frac{2}{1,6} < \frac{2}{E(x)} < \frac{2}{1,4}$ ومنه $\frac{1}{1,6} < \frac{1}{E(x)} < \frac{1}{1,4}$

$$1,25 < \frac{2}{E(x)} < 1,43$$

-4 حل في $\mathbb{R}$ المعادلتين والمترابحة:

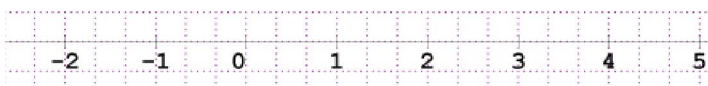
-1 $E(x) = 1$ ومنه $-2x + 5 = 1$ ومنه $s = \{2\}$ $x = 2$

-2 $E(x) = |x-3|$ يكافئ $|x-3| - |x-1| + 1 = |x-3|$

تكافئ $|x-1| = 1$ ومنه $\begin{cases} x-1=1 \\ x-1=-1 \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} x=2 \\ x=0 \end{cases}$ $s = \{0; 2\}$

-3 حل المعادلة $E(x) \leq 1$ ومنه $|x-3| - |x-1| + 1 \leq 1$

تكافئ $|x-3| \leq |x-1|$ ومنه $d(x; 3) \leq d(x; 1)$



$$s = [2; +\infty[$$

لدينا من جدول التغيرات $f(x) \geq f\left(\frac{3}{2}\right)$ لأن $f\left(\frac{3}{2}\right)$ قيمة

$$f(x) - f\left(\frac{3}{2}\right) \geq 0 \text{ حدية صغرى ومنه}$$

الجزء الثاني:

1- مجموعة تعريف الدالة $D_f = [-2; 2]$

2- سوابق العدد (-2) هي 1 و -1 .

سوابق العدد 7 هي 2 و -2 .

3- $f(0) = -1, f(-1) = -2, f(2) = 7$

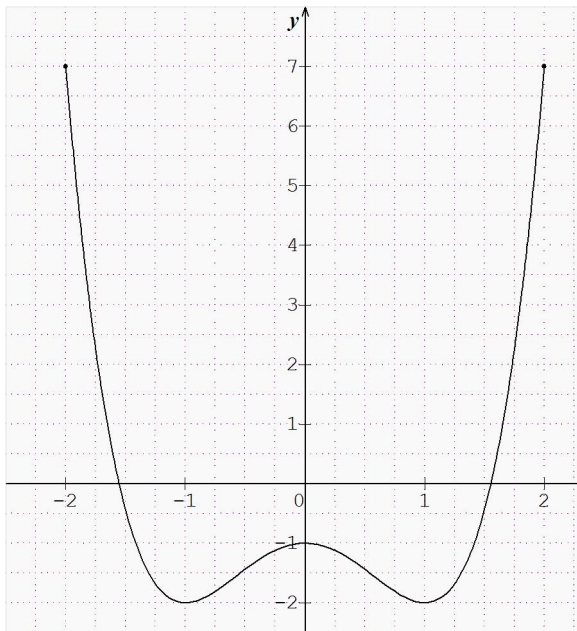
4- شكل جدول تغيرات الدالة f على مجموعة تعريفها.

x	
$f(x)$	$\searrow \nearrow \searrow \nearrow$

القيم الحدية العظمى والصغرى للدالة f على مجموعة تعريفها هي

قيمة حدية كبرى هي 7 لما $x = -2, x = 2$

قيمة حدية صغرى هي -2 لما $x = -1, x = 1$



انتهى بالتوفيق للجميع

التمرين الثالث:

الجزء الأول:

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 4x^2 - 12x + 5$

1- بيان أن: $f(x) = (2x - 3)^2 - 4$

$$(2x - 3)^2 - 4 = 4x^2 + 9 - 12x - 4$$

$$= 4x^2 - 12x + 5 = f(x)$$

2- حساب $f(0) = 5; f(-1) = 21$

$f(x) = 0$ يكافئ $(2x - 3)^2 - 4 = 0$ ومنه $(2x - 3)^2 - 2^2 = 0$

ومنه $(2x + 1)(2x - 7) = 0$ ومنه $(2x - 3 + 4)(2x - 3 - 4) = 0$

ومنه $2x + 1 = 0$ أو $2x - 7 = 0$ ومنه $x = \frac{-1}{2}$ و $x = \frac{7}{2}$

3- ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $\left[\frac{3}{2}; +\infty\right]$ ثم $\left]-\infty; \frac{3}{2}\right]$.

نفرض عددين حقيقيين x_1 و x_2 من المجال $\left]-\infty; \frac{3}{2}\right]$ حيث $x_1 < x_2$

$\frac{3}{2} \leq x_1 < x_2$ ومنه $2x_1 < 2x_2 \leq 3$ ومنه $2x_1 - 3 < 2x_2 - 3 \leq 0$

ومنه $(2x_1 - 3)^2 > (2x_2 - 3)^2 \geq 0$

$f(x_1) > f(x_2)$ ومنه $(2x_1 - 3)^2 - 4 > (2x_2 - 3)^2 - 4$

ومنه الدالة f متناقصة تماما على $\left]-\infty; \frac{3}{2}\right]$

نفرض عددين حقيقيين x_1 و x_2 من المجال $\left[\frac{3}{2}; +\infty\right]$ حيث $x_1 < x_2$

$\frac{3}{2} \leq x_1 < x_2$ ومنه $3 \leq 2x_1 < 2x_2$ ومنه $0 \leq 2x_1 - 3 < 2x_2 - 3$

ومنه $(2x_1 - 3)^2 < (2x_2 - 3)^2$

$f(x_1) < f(x_2)$ ومنه $(2x_1 - 3)^2 - 4 < (2x_2 - 3)^2 - 4$

ومنه الدالة f متزايدة تماما على $\left[\frac{3}{2}; +\infty\right]$

جدول التغيرات:

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	-4	$\nearrow$

استنتج أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن: $f(x) - f\left(\frac{3}{2}\right) \geq 0$