2026/2025 — **الفرض الأول للفصل الثاني في الرياضيات** — المدة: ساعة

تجنب الشطب واستعمال المصحح

التمرين الأول

المستوي مزوّد بمعلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

① علِّم النقط A وB وC حيث:

$$A(-2;2), \qquad \overrightarrow{OB}=3\vec{i}+5\vec{j}, \qquad \overrightarrow{AC}=\begin{pmatrix}6\\-2\end{pmatrix}.$$

② عيّن إحداثيي النقطة D بحيث يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع.

③ النقطة M منتصف قطعة المستقيم $[BC]$، والنقطة N تحقق:

$$3\overrightarrow{CN}=\overrightarrow{CA}.$$

- بيّن أن النقط M وN وD في استقامية.
- اكتب معادلة المستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة B ويوازي المستقيم (AC).

④ حل الجملة:

$$\begin{cases} y=-2x-3 \\ 3x+4y=8 \end{cases}$$

ثم فسّر النتيجة بيانيًا.

التمرين الثاني

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال:

$$]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$$

كما يلي:

$$f(x)=\frac{2x-1}{x-1}.$$

نرمز بـ (C_f) إلى تمثيلها البياني في مستوٍ منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$، و$(C_g)$ إلى التمثيل البياني لدالة المقلوب.

① تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي $x\neq 1$:

$$f(x)=2+\frac{1}{x-1}.$$

② ادرس اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $]-\infty;1[$ و $]1;+\infty[$، ثم شكّل جدول تغيّراتها.

③ عيّن نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع محوري الإحداثيات.

④ أنشئ المنحنى (C_g)، ثم اشرح كيفية إنشاء (C_f) اعتمادًا على (C_g).

لا توجد خطوة عملاقة تصل بك إلى ما تريده، إنما يحتاج الأمر إلى الكثير من الخطوات الصغيرة لتبلغ ما تريد

تصحيح الفرض الأول في الرياضيات

سنة أولى علوم تجريبية

الأستاذ : جمال لقبوري

التمريـــن 1

1 تعيين إحداثيات النقطة C

لدينا حسب المعطيات:

$$B(3,5)$$

لحساب إحداثيات النقطة C نكتب:

$$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_C + 2 \\ y_C - 2 \end{pmatrix}$$

ومن جهة أخرى:

$$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \end{pmatrix}$$

إذن:

$$\begin{cases} x_C + 2 = 6 \\ y_C - 2 = -2 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x_C = 4 \\ y_C = 0 \end{cases}$$

وعليه:

$$C(4,0)$$

2 تعيين إحداثيات النقطة D حتى يكون $ABCD$ متوازي أضلاع

بما أن $ABCD$ متوازي أضلاع فإن:

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$$

لدينا:

$$\overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} x_D + 2 \\ y_D - 2 \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 4-3 \\ 0-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix}$$

إذن:

$$\begin{cases} x_D + 2 = 1 \\ y_D - 2 = -5 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x_D = -1 \\ y_D = -3 \end{cases}$$

وعليه:

$$D(-1,-3)$$

3 تبيان أن النقط D و M و N في استقامية

أ) تعيين إحداثيات M

بما أن M منتصف القطعة $[BC]$ فإن:

$$M\left(\frac{x_B + x_C}{2}, \frac{y_B + y_C}{2}\right) = \left(\frac{3+4}{2}, \frac{5+0}{2}\right) = \left(\frac{7}{2}, \frac{5}{2}\right)$$

ب) تعيين إحداثيات N

لدينا:

$$\overrightarrow{CN} = \begin{pmatrix} x_N - 4 \\ y_N \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{CA} = \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \end{pmatrix}$$

وبما أن:

$$3\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{CA}$$

نحصل على:

$$\begin{cases} 3(x_N - 4) = -6 \\ 3y_N = 2 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x_N = 2 \\ y_N = \frac{2}{3} \end{cases}$$

إذن:

$$N\left(2, \frac{2}{3}\right)$$

ج) الارتباط الخطي

لدينا:

$$\overrightarrow{DM} = \begin{pmatrix} \frac{9}{2} \\ \frac{11}{2} \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{DN} = \begin{pmatrix} 3 \\ \frac{11}{3} \end{pmatrix}$$

نحسب:

$$3 \times \frac{11}{2} - \frac{9}{2} \times \frac{11}{3} = \frac{33}{2} - \frac{33}{2} = 0$$

إذن الشعاعان مرتبطان خطيًا، ومنه النقط D و M و N في استقامية.

4 معادلة المستقيم (Δ) المار من B والموازي لـ (AC)

بما أن $(\Delta) \parallel (AC)$ فإن لهما نفس الميل:

$$a = \frac{0-2}{4-(-2)} = -\frac{1}{3}$$

معادلة (Δ) هي:

$$y = -\frac{1}{3}x + b$$

وبما أن $B(3,5) \in (\Delta)$:

$$5 = -\frac{1}{3} \times 3 + b \Rightarrow b = 6$$

إذن:

$$(\Delta) : \ y = -\frac{1}{3}x + 6$$

5 حل الجملة وتفسير النتيجة بيانياً

نحل الجملة:

$$\begin{cases} y = -2x - 3 \\ 3x + 4y = 8 \end{cases}$$

نحصل على:

$$\begin{cases} y + 2x = -3 \\ 3x + 4y = 8 \end{cases}$$

بالحذف:

$$-5x = 20 \Rightarrow x = -4 \qquad y = 5$$

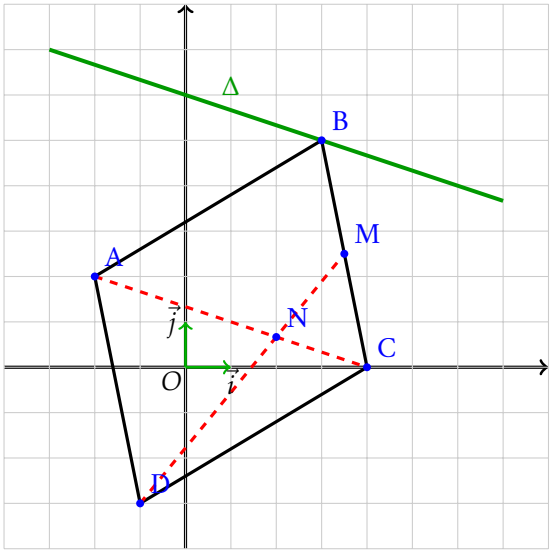
تفسير بياني:

حل الجملة هو نقطة تقاطع المستقيمين:

$$3x + 4y - 8 = 0 \quad \text{و} \quad y + 2x + 3 = 0$$

أي:

$$(-4,5)$$



التمريـن 2

1 التحقق من كتابة الدالة

نبيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي $x \neq 1$:

$$f(x) = 2 + \frac{1}{x-1}$$

الطريقة 1:

$$2 + \frac{1}{x-1} = \frac{2(x-1)+1}{x-1} = \frac{2x-2+1}{x-1} = \frac{2x-1}{x-1} = f(x)$$

الطريقة 2:

$$f(x) = \frac{2x-1}{x-1} = \frac{2x-2+1}{x-1} = \frac{2(x-1)}{x-1} + \frac{1}{x-1} = 2 + \frac{1}{x-1}$$

2 دراسة اتجاه تغير الدالة f

على المجال $]-\infty, 1[$:

ليكن $a, b \in]-\infty, 1[$ حيث $a < b$.

نلاحظ:

$$a < b \Rightarrow a-1 < b-1 \Rightarrow \frac{1}{b-1} < \frac{1}{a-1}$$

ومن ثم:

$$2 + \frac{1}{b-1} < 2 + \frac{1}{a-1} \Rightarrow f(b) < f(a)$$

إذن الدالة f **متناقصة تمامًا** على $]-\infty, 1[$.

على المجال $]1, +\infty[$:

ليكن $a, b \in]1, +\infty[$ حيث $a < b$.

بنفس الطريقة:

$$f(b) < f(a)$$

إذن الدالة f **متناقصة تمامًا** على $]1, +\infty[$.

جدول التغيرات

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$		$\searrow$	$\|\|$	$\searrow$	

3 تعيين نقط تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات

• **مع محور الفواصل:**

$$f(x) = 0 \iff \frac{2x-1}{x-1} = 0 \iff 2x-1 = 0 \iff x = \frac{1}{2}$$

إذن نقطة التقاطع هي:

$$\left(\frac{1}{2}, 0\right)$$

• **مع محور التراتيب:**

$$f(0) = \frac{-1}{-1} = 1$$

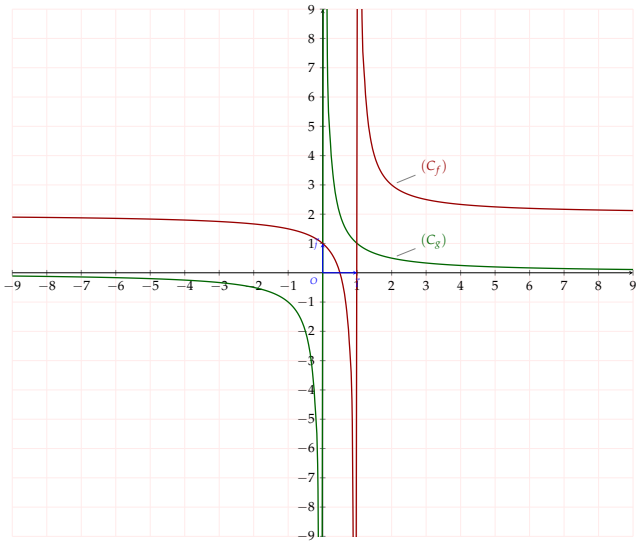
إذن نقطة التقاطع هي:

$$(0, 1)$$

4 إنشاء المنحنيين (C_f) و (C_g)

المنحنى (C_f) هو صورة المنحنى (C_g) بالانسحاب الذي شعاعه:

$$\vec{i} + 2\vec{j}$$



انتهى

أستاذ المادة :جمال لقبوري