المستوى: أولى ثانوي

الشعبة: جذع مشترك علوم وتكنولوجيا التاريخ: 22 أفريل 2025

الفرض المحروس للثلاثي الثالث في مادة الرياضيات

التمرين الأول :

نعتبر العبارتين الجبريتين: $A(x)=-3x^2+6x+24$ ، $B(x)=4x^2-20x+25$.

1) اكتب الشكل النموذجي للعبارة $A(x)$.

2) حل في $\mathbb{R}$ كلا من المعادلتين: $A(x)=0$ ، $B(x)=0$.

3) حلل العبارة $A(x)$ الى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

4) استنتج في $\mathbb{R}$ حلول كلا من المتراجحتين: $A(x)>0$، $B(x)<0$.

التمرين الثاني :

ABC مثلث زواياه حادة، $BCMN$ مربع. القطعتان $[AM]$ و $[AN]$ تقطعان $[BC]$ في النقطتين M' و N' على الترتيب.

المستقيم الذي يشمل النقطة M' ويوازي (CM) يقطع $[AC]$ في النقطة P.

والمستقيم الذي يشمل N' ويوازي المستقيم (BN) يقطع $[AB]$ في النقطة S.

1) أنجز شكلا مناسبا.

2) بين أن المثلثان ASN' و ABN متشابهان.

3) استنتج أن: $\frac{AN'}{AN}=\frac{AS}{AB}$.

4) بين أن $\frac{AP}{AC}=\frac{AS}{AB}$ ثم استنتج أن $(PS)\parallel(BC)$.

5) ما طبيعة الرباعي $PSN'M'$ ؟ برر اجابتك.

2025/04/22

الحل النموذجي للفرض المحروس الثلاثي الثالث

4+1 ن

التمرين الأول: (10 نقاط)

$A(x) = -3x^2 + 6x + 24$

$B(x) = 4x^2 - 20x + 25$

1) كتابة $A(x)$ على الشكل النموذجي:

$A(x) = -3\left[\left(x + \frac{6}{2(-3)}\right)^2 - \frac{(6)^2 - 4(-3)(24)}{4(-3)^2}\right]$

$= -3\left[(x-1)^2 - \frac{324}{36}\right]$

01 $\boxed{A(x) = -3\left[(x-1)^2 - 9\right]}$

2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة والمتراجحة:

$-3\left[(x-1)^2 - 9\right] = 0$ تكافئ $A(x) = 0$

$(x-1)^2 - 9 = 0$ تكافئ

01 $(x-1-3)(x-1+3) = 0$ تكافئ

01 $\boxed{x_2 = 4}$ أو $\boxed{x_1 = -2}$ تكافئ

$4x^2 - 20x + 25 = 0$ تكافئ $B(x) = 0$

$\Delta = (-20)^2 - 4(4)(25)$

$\Delta = 0$

المعادلة حل مضاعف:

01 $x_0 = \frac{20}{2(4)} = \frac{20}{8} = \frac{5}{2} = 2{,}5$

$\boxed{x_0 = 2{,}5}$

3) تحليل العبارة $A(x)$:

$A(x) = -3\left[(x-1)^2 - 9\right]$

01 $\boxed{A(x) = -3(x-4)(x+2)}$

4) استنتاج حلول المتراجحة:

$A(x) > 0$ (1)

x	$-\infty$		-2		4		$+\infty$
$x-4$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$	
$(x-4)(x+2)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$A(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

01 إذن حلول المتراجحة هي $S =]-2; 4[$

$B(x) < 0$ (2)

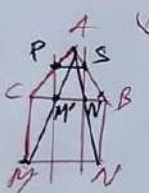
01 $B(x) = 4(x - x_0)^2$

$= 4\left(x - \frac{5}{2}\right)^2$

01 بما أن $4\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 \geq 0$ إذن $B(x) \geq 0$

01 وبالتالي المتراجحة $B(x) < 0$ ليس لها حلول في $\mathbb{R}$

التمرين الثاني: (10 نقاط)



1) إنجاز الشكل

02 2) إثبات أن المثلثين ASN' و ABN متشابهان

1- $\widehat{SAN'}$ زاوية مشتركة

01 $(BN) \parallel (SN')$ لأن المستقيمين (AN) و (AB) متطابقان.

01 إذن $\widehat{SN'A} = \widehat{BNA}$ (بالتماثل)

2- من (1) و (2) نستنتج أن المثلثين ASN' و ABN متشابهان

3) استنتاج أن $\frac{AN'}{AN} = \frac{AS}{AB}$

01 بما أن المثلثين ASN' و ABN متشابهان، إذن $\frac{AN'}{AN} = \frac{AS}{AB}$

01 بالاستعمال طالبس

ب) اثبات أن: $\frac{AB}{AC} = \frac{AS}{AB}$

لدينا: من الجواب (3):

$$\frac{AN'}{AN} = \frac{AS}{AB} \quad \text{---} \quad (3)$$

$(MN) \parallel (M'N')$

(AM) ، (AN) قاطعان لهما.

أن حسب طاليس:

$$\frac{AM'}{AM} = \frac{AN'}{AN} \quad \text{---} \quad (4)$$

$(CM) \parallel (PM')$

(AC) و (AM) قاطعان لهما،

حسب طاليس:

$$\frac{AP}{AC} = \frac{AM'}{AM} \quad \text{---} \quad (5)$$

من (3) و (4) و (5) نجد:

$$\boxed{\frac{AP}{AC} = \frac{AS}{AB}}$$

حسب العكس العكسي لطاليس

نجد:

$$\boxed{(PS) \parallel (BC)}$$

ج) طبيعة الرباعي $PSN'M'$

لدينا: $(PM') \parallel (SN')$

$(PS) \parallel (BC)$

ولدينا: $\frac{PM'}{CM} = \frac{SN'}{BN} = \frac{M'N'}{MN}$

بما أن $CM = BN = MN$ (لأن M منتصف $[BC]$)

إذن $PM' = SN' = M'N'$

إذن الرباعي $PSN'M'$ معين.