

فرض الفصل الثاني في الرياضيات

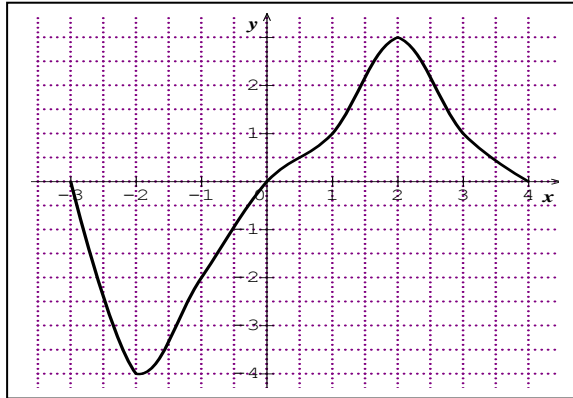
التمرين الأول :

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x^2 + 4x + 3$.

- (1) عين صور الأعداد 1، 5، (-2) بالدالة f .
- (2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f(x) = (x+2)^2 - 1$.
- (3) عين السوابق الممكنة للأعداد 3، (-1)، 0، (-3) بالدالة f إن وجدت.
- (4) باستعمال البرهان بمثال مضاد أثبت أن الدالة f ليست زوجية وليست فردية على $\mathbb{R}$.
- (5) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) + 1 \geq 0$. ماذا تستنتج ؟

التمرين الثاني:

الشكل المقابل هو بيان الدالة g .



- (1) عين مجموعة تعريف الدالة g .
- (2) عين صور الأعداد : 1، 4 و -2 بالدالة g .
- (3) عين السوابق الممكنة للأعداد : 1، 5 و 3 بالدالة g إن وجدت.
- (4) شكل جدول تغيرات الدالة g .
- (5) قارن بين : $g(3,1)$ و $g(3,2)$ ثم بين $g(0,1)$ و $g(0,2)$. برّر.
- (6) عين إشارة $g(x)$ على مجموعة تعريفها.
- (7) في مستوى منسوب إلى معلم متعامد متجانس ، أنشئ منحنى f علما أنها فردية على المجال $[-4;4]$ وأن : $f(x) = g(x)$ لما $x \in [0;4]$

بالتوفيق

الحل المتكامل في المبرهن الثاني

التحريك الأول

$f(x) = x^2 + 4x + 3$

(1) حساب الثوابت:

$f(1) = 1^2 + 4(1) + 3 = 8$

$f(5) = 5^2 + 4(5) + 3 = 37$

$f(5) = 37$

$f(-2) = (-2)^2 + 4(-2) + 3 = -1$

$f(-2) = -1$

(2) تبين ان f هي الدالة x في $\mathbb{R}$:

$f(x) = (x+2)^2 - 1$

- f هي الدالة x في $\mathbb{R}$ لان:

$(x+2)^2 - 1 = x^2 + 2x + 4 - 1 = x^2 + 2x + 3 = f(x)$

$= f(x)$

(3) تبين السويات:
- سويات العدد 3:

حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 3$

أي: $x^2 + 4x + 3 = 3$

ومنه: $x^2 + 4x = 0$

أذن: $x(x+4) = 0$

لذا: $x = 0$ أو $x + 4 = 0$

ومنه: $x = 0$ أو $x = -4$

ومنه للعدد 3 سويتين بالدالة f هما 0 و (-4)

- سويات العدد (-1):

حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = -1$ أي:

$(x+2)^2 - 1 = -1$

ومنه: $(x+2) = 0$ أي $x = -2$

ومنه للعدد (-1) سوية واحدة بالدالة f هي (-2)

- سويات العدد 0:
حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$ أي:

$(x+2)^2 - 1 = 0$

ومنه: $(x+2)^2 = 1$ أي:

$x+2 = \sqrt{1}$ أو $x+2 = -\sqrt{1}$

ومنه: $x = 1-2$ أو $x = -1-2$

$x = -1$ أو $x = -3$

ومنه للعدد 0 سويتين بالدالة f هما -1 و -3

- سويات العدد (-3):

حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = -3$ أي:

$(x+2)^2 - 1 = -3$

ومنه: $(x+2)^2 = -2$ مستحيل

ومنه $f(x) = -3$ ليس لها حلول في $\mathbb{R}$

لذا العدد (-3) ليس له سوية بالدالة f

(4) باستعمال البرهان بمتناقضات

تثبت ان f ليست زوجية، وليست فردية على $\mathbb{R}$:

لذا: $f(1) = 8$

$f(-1) = (-1)^2 + 4(-1) + 3 = 0$

ومنه: $f(-1) = 0$

$f(1) \neq f(-1)$ إذن f ليست زوجية على $\mathbb{R}$

$f(1) \neq -f(-1)$ إذن f ليست فردية على $\mathbb{R}$

(5) إثبات ان f هي دالة زوجية

$f(x) + 1 \geq 0$

لذا: $f(x) + 1 = [(x+2)^2 - 1] + 1$

$= (x+2)^2$

$$\text{بيان: } 0 \leq (x+1)^2 \text{ بيان:}$$

$$f(x) + 1 \geq 0$$

- الاستنتاج:

$$\text{لدينا: } 0 \leq f(x) + 1 \text{ ومنه: } f(x) \geq -1$$

ومن هنا نستنتج أن (-1) قيمة حدية

صغرى للدالة f

التعريف الثاني:

$$D_f = [-3; 4] \quad (1)$$

$$(2) \quad f(4) = 0, \quad f(1) = 2$$

$$f(-2) = -4$$

(3) حوايق: 1, 1, 3

حوايق: 5: لا يوجد

حوايق: 3: 8

(4) جدول التغيرات:

x	-3	-2	2	4
f(x)	0		3	0
		(-4)		

(5) المقارنة بين $f(3,1)$ و $f(3,2)$

$$\text{لدينا: } 3,1 < 3,2$$

g متزايدة تمامًا على المجال

$$[2; 4] \text{ ومنه:}$$

$$f(3,1) > f(3,2)$$

- المقارنة بين $f(0,1)$ و $f(0,2)$:

$$\text{لدينا: } 0,1 < 0,2$$

g متزايدة تمامًا على المجال

$$[-2; 2] \text{ ومنه:}$$

$$f(0,1) < f(0,2)$$

(6) إشارة $g(x)$:

x	-3	0	4
g(x)	-	-	+

(7) اشتداد متغير الدالة f :

- لدينا: $f(x) = g(x)$ على $[0; 4]$

وهي متغير f يتغير على محتوى g

على المجال $[0; 4]$

وبما أن f فردية على $[-4; 4]$ بيان

متغيرًا لها متناهي بالاشتداد إلى ما لا

