الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية قسنطينة
المادة : رياضيات
الشعبة : جذع مشترك علوم
الواجب المنزلي الأول (إختبار تجريبي1)

الثانوية : توفيق خزندار
المستوى : أولى ثانوي
المعامل : 5
المدة: 2سا

قسم 1ج م ع 3

التمرين الأول(5ن): $(O;\vec{i};\vec{j})$ معلم متعامد وَ متجانس للمستو.

$A(-2;2)$ ، $\overrightarrow{OB}=3\vec{i}+5\vec{j}$ ، $\overrightarrow{AC}\binom{6}{-2}$.

1) علّم النّقط A ، B وَ C حيث:

2) عيّن إحداثيتي النّقطة D بحيث: $ABCD$ متوازي أضلاع .

3) النّقطة M منتصف$[BC]$ ، وَ النقطة N تحقّق: $3\overrightarrow{CN}=\overrightarrow{CA}$.

- بيّن أنّ النّقط D ، N ، M هي في إستقامية.
- ماذا تُمثّل النّقطة N بالنّسبة إلى المثلّث BCD ؟

4) أكتب معادلة للمستقيم (Δ) الذي يشمل النّقطة B وَ يُوازي المستقيم (AC).

5) أوجد معادلة للمستقيم (CD) ثُمّ أحسب إحداثيتي D' نقطة تقاطع (Δ) وَ (CD).

6) لتكن $E(2;4)$ ، أحسب أطوال أضلاع المثلّث ACE ، وَ إستنتج نوعه.

التمرين الثاني(5ن): في المستو المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$. نعتبر النقط التالية:

$C(1;\sqrt{2})$، $D(-1;0)$، $E(1;2)$، $F(3;-1)$، $G(-2;5)$.

1) عيّن إحداثيتي النقطة M بحيث يكون: $\overrightarrow{CM}=-\sqrt{2}\ \overrightarrow{CD}$.

2) عيّن إحداثيتي النقطة N بحيث يكون : $\overrightarrow{EN}=2\overrightarrow{EF}-3\overrightarrow{GF}$.

3) عيّن المركبات السلمية للشعاع $\overrightarrow{AB}$ حيث A وَ B منتصفا القطعتين المستقيمين $[CD]$ وَ $[EF]$ على الترتيب.

4) أكتب المعادلة الديكارتية للمستقيم (AB) .

5)هل الشعاعان $\overrightarrow{CM}$،$\overrightarrow{CD}$ متوازيان؟

التمرين الثالث(5ن): نعتبر الجملة للمجهولين الحقيقين x و y حيث : (S) ..... $\begin{cases}5x-4y-16=0\\8x-3y-29=0\end{cases}$.

1) بيّن أنّ الجملة (S) تقبل حلاً وحيداً في المجموعة $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ ثُمّ حل في المجموعة $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ الجملة(S).

2) لتكن جملة المعادلتين (S') للمجهولين الحقيقين t وَ z : (S')..... $\begin{cases}\frac{5}{t^2}-\frac{4}{(z-1)^2}-16=0\\\frac{8}{t^2}-\frac{3}{(z-1)^2}-29=0\end{cases}$.

إستنتج مجموعة حلول الجملة (S').

التمرين الرابع(5ن): (Δ) وَ (Δ') مستقيمان معادلتيهما على التوالي:

$(\Delta): 2x+y+1=0$، $(\Delta'): mx+y+m-1=0$ حيث: m عدد حقيقي.

1) أوجد قيمة m بحيث يكون (Δ') يُوازي حامل محور الفواصل.

2) أوجد قيمة m بحيث يكون: (Δ') // (Δ). هل (Δ) وَ (Δ') منطبقان؟ علل.

3) بيّن أنّ النقطة $B(-1;1)$ تنتمي إلى (Δ') من أجل كل $m\in\mathbb{R}$.

ملاحظات هامة جداً:

1) يُمنع منعاً باتاً التشطيب وَ الكتابة تكون إما بالأزرق أوْ الأسود .
2) لا تكتب وَ لا تُلطخ هذه الورقة لأنّك ستُرجعها مع ورقة الإجابة .
3) يُمنع منعاً باتاً إستعمال كل من CASIO وَ KAJIB.
4) يُقدم يوم الأحد 20 جانفي و يُعاد في نفس اليوم و تُرجع الأوراق المصححة يوم الإثنين21 جانفي2019.

بالتوفيق ـــــــــ الأحد 20 جانفي 2019 ـــــــــ الأستاذة زعتر آمال

الإجابة النموذجية

التمرين الأول:

1) تعليم النقط: $A(-2;2)$ ؛ $\vec{AC}$ ، $\vec{OB}$

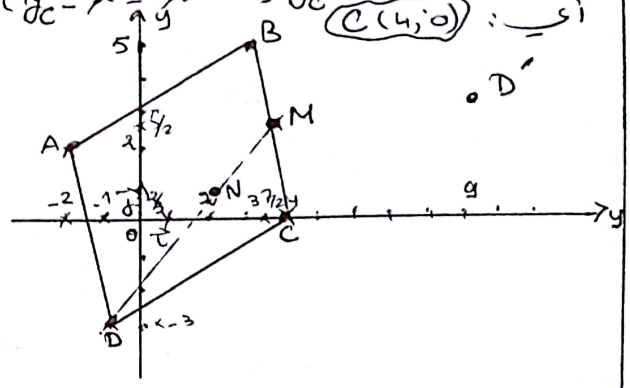
$\vec{OB} = 3\vec{i} + 5\vec{j} \rightarrow B(3;5)$

بالنسبة للنقطة C:

$\vec{AC}\begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} = \vec{AC}\begin{pmatrix} x_C + 2 \\ y_C - 2 \end{pmatrix} = \vec{AC}\begin{pmatrix} 6 \\ -2 \end{pmatrix}$

ومنه:

$\begin{cases} x_C + 2 = 6 \rightarrow x_C = 6 - 2 = 4 \\ y_C - 2 = -2 \rightarrow y_C = 0 \end{cases}$ أي: $C(4;0)$



2) تعيين D حتى يكون ABCD متوازي أضلاع:

أي $\vec{AB} = \vec{DC}$ أو $\vec{AD} = \vec{BC}$.

• M_1 $\vec{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \vec{DC}\begin{pmatrix} x_C - x_D \\ y_C - y_D \end{pmatrix}$

$\hookrightarrow \vec{AB}\begin{pmatrix} 3+2 \\ 5-2 \end{pmatrix} = \vec{DC}\begin{pmatrix} 4 - x_D \\ 0 - y_D \end{pmatrix}$

$\hookrightarrow \vec{AB}\begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix} = \vec{DC}\begin{pmatrix} 4 - x_D \\ -y_D \end{pmatrix}$

$\begin{cases} 5 = 4 - x_D \\ 3 = -y_D \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_D = 4 - 5 = -1 \\ y_D = -3 \end{cases}$ ومنه:

$\hookrightarrow D(-1;-3)$

• M_2: $\vec{AD}\begin{pmatrix} x_D - x_A \\ y_D - y_A \end{pmatrix} = \vec{BC}\begin{pmatrix} x_C - x_B \\ y_C - y_B \end{pmatrix}$

$\hookrightarrow \vec{AD}\begin{pmatrix} x_D + 2 \\ y_D - 2 \end{pmatrix} = \vec{BC}\begin{pmatrix} 4 - 3 \\ 0 - 5 \end{pmatrix} = \vec{BC}\begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix}$

$\hookrightarrow \begin{cases} x_D + 2 = 1 \\ y_D - 2 = -5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_D = 1 - 2 = -1 \\ y_D = -5 + 2 = -3 \end{cases} \rightarrow D(-1;-3)$

• M_3: $M\left(\frac{x_B + x_C}{2}; \frac{y_B + y_C}{2}\right)$ منتصف $[BC]$ ومنه: $M\left(\frac{3+4}{2}; \frac{5+0}{2}\right)$ ومنه: $M\left(\frac{7}{2}; \frac{5}{2}\right)$

3) تحقق أن N هي مرجح الجملة $\{(A;1);(C;3)\}$ أي $3\vec{CN} = \vec{CA}$

$3\vec{CN} = 3\begin{pmatrix} x_N - x_C \\ y_N - y_C \end{pmatrix} = \vec{CA} = -\vec{AC} = \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \end{pmatrix}$.

$\hookrightarrow 3\begin{pmatrix} x_N - 4 \\ y_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 3x_N - 12 \\ 3y_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\hookrightarrow \begin{cases} 3x_N - 12 = -6 \\ 3y_N = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x_N = -6 + 12 = 6 \\ y_N = \frac{2}{3} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_N = 2 \\ y_N = \frac{2}{3} \end{cases}$

ومنه $N\left(2; \frac{2}{3}\right)$

• إثبات أن النقط D ، N ، H في استقامية:

لبرهن أن: $\vec{MN} = \vec{ND}$ ؟

$\vec{MN}\begin{pmatrix} x_N - x_M \\ y_N - y_M \end{pmatrix} = \vec{MN}\begin{pmatrix} 2 - \frac{7}{2} \\ \frac{2}{3} - \frac{5}{2} \end{pmatrix} = \vec{MN}\begin{pmatrix} \frac{4-7}{2} \\ \frac{4-15}{6} \end{pmatrix}$

$\hookrightarrow \vec{MN}\begin{pmatrix} -3/2 \\ -11/6 \end{pmatrix}$

$\vec{ND}\begin{pmatrix} x_D - x_N \\ y_D - y_N \end{pmatrix} = \vec{ND}\begin{pmatrix} -1 - 2 \\ -3 - \frac{2}{3} \end{pmatrix} = \vec{ND}\begin{pmatrix} -3 \\ \frac{-9-2}{3} \end{pmatrix}$

$\hookrightarrow \vec{ND}\begin{pmatrix} -3 \\ -11/3 \end{pmatrix}$

لدينا: $\vec{ND}\begin{pmatrix} -3 \\ -11/3 \end{pmatrix}$ ، $\vec{MN}\begin{pmatrix} -3/2 \\ -11/6 \end{pmatrix}$

شرط التوازي: $-3\left(-\frac{11}{6}\right) - \left(-\frac{11}{3}\right)\left(-\frac{3}{2}\right) = +\frac{33}{6} - \frac{33}{6} = 0$

M_2: $\vec{ND} = 2\vec{MN} \rightarrow \vec{ND} // \vec{MN}$: نلاحظ أن

وهو المطلوب.

M_3: $\vec{DM}\begin{pmatrix} 9/2 \\ 11/2 \end{pmatrix} = \frac{3}{2}\vec{DN}\begin{pmatrix} 3 \\ 11/3 \end{pmatrix}$

• ماذا تمثل النقطة N بالنسبة للمثلث BCD!

حسب الطريقة الثالثة فإن:

$\vec{DM} = \frac{3}{2}\vec{DN}$ و M هو مرجح المثلث BCD ذن N

4) كتابة معادلة (Δ): $(\Delta): y = ax + b$.

$(\Delta) // (AC) \rightarrow \vec{V}_{(\Delta)}\begin{pmatrix} 1 \\ a \end{pmatrix} // \vec{AC}\begin{pmatrix} 6 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\hookrightarrow 1(-2) - a \times 6 = 0 \rightarrow -2 - 6a = 0$

$\rightarrow -2 = 6a$

$\rightarrow a = \frac{6}{-2} = -\frac{1}{3}$

ومنه: $(\Delta): y = -\frac{1}{3}x + b$.

$B(3;5) \in (\Delta) \rightarrow y_B = -\frac{1}{3}x_B + b$.

$\rightarrow 5 = -\frac{1}{3}(3) + b = -1 + b$.

$\rightarrow b = 5 + 1 = 6$

ومنه: $(\Delta): y = -\frac{1}{3}x + 6$

5) إيجاد معادلة المستقيم (CD):

$M'(x;y) \in (CD)$: (CD)

$\hookrightarrow \vec{CM'} // \vec{CD} \rightarrow \vec{CM'}\begin{pmatrix} x - 4 \\ y - 0 \end{pmatrix} // \vec{CD}\begin{pmatrix} -1-4 \\ -3-0 \end{pmatrix}$

$\hookrightarrow \vec{CM'}\begin{pmatrix} x-4 \\ y \end{pmatrix} // \vec{CD}\begin{pmatrix} -5 \\ -3 \end{pmatrix}$

دستور: $(CD): (x-4)(-3) - y(-5) = 0$

$(CD): -3x + 12 + 5y = 0$

$\hookrightarrow (CD): 5y = 3x - 12 \rightarrow (CD): y = \frac{3}{5}x - \frac{12}{5}$

حساب إحداثيتي D' نقطة تقاطع (Δ) و (CD):

$\begin{cases} (\Delta): y = -\frac{1}{3}x + 6 \\ (CD): y = \frac{3}{5}x - \frac{12}{5} \end{cases} \rightarrow -\frac{1}{3}x + 6 = \frac{3}{5}x - \frac{12}{5} = y$.

$\hookrightarrow -\frac{1}{3}x - \frac{3}{5}x = -\frac{12}{5} - 6 \rightarrow \frac{-5-9}{15}x = -\frac{12-30}{5}$

$\rightarrow -\frac{14}{3 \times 3}x = -\frac{42}{5} = \frac{-14 \times 3}{5} \rightarrow \frac{x}{3} = \frac{3}{1}$

$\hookrightarrow x = 9$: نعوض x في معادلة (Δ) فنجد

$y = -\frac{1}{3} \times 9 + 6 = -3 + 6 = 3 \rightarrow y = 3$

ومنه: $(\Delta) \cap (CD) = \{(9;3)\}$

الإجابة النموذجية

6- أطوال أضلاع المثلث ACE حيث E(2;4):

$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}6\\-2\end{pmatrix} \rightarrow AC=\sqrt{6^2+(-2)^2}=\sqrt{36+4}=2\sqrt{10}$

$\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix}2+2\\4-2\end{pmatrix}=\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix}4\\2\end{pmatrix} \rightarrow AE=\sqrt{4^2+2^2}=\sqrt{16+4}=2\sqrt{5}$.

$\overrightarrow{CE}\begin{pmatrix}2-4\\4-0\end{pmatrix}=\overrightarrow{CE}\begin{pmatrix}-2\\4\end{pmatrix} \rightarrow CE=\sqrt{(-2)^2+4^2}=\sqrt{4+16}=2\sqrt{5}$

$\hookrightarrow AE=CE=2\sqrt{5}$.

$\hookrightarrow AE^2+CE^2=20+20=40=AC^2$: حسب فيثاغورث العكسية فإن ACE قائم في E ومتساوي الساقين.

التمرين الثاني:

① تعيين احداثيي M حيث: $\overrightarrow{CM}=\sqrt{2}\overrightarrow{CD}$:

$\overrightarrow{CM}\begin{pmatrix}x_M-1\\y_M-\sqrt{2}\end{pmatrix}=\sqrt{2}\begin{pmatrix}-1-1\\0-\sqrt{2}\end{pmatrix}=\sqrt{2}\begin{pmatrix}-2\\-\sqrt{2}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2\sqrt{2}\\-2\end{pmatrix}$

$\hookrightarrow \begin{cases}x_M-1=-2\sqrt{2}\\y_M-\sqrt{2}=-2\end{cases} \rightarrow M(1-2\sqrt{2};\sqrt{2}-2)$ ①

② تعيين احداثيي N حيث: $\overrightarrow{EN}=2\overrightarrow{EF}-3\overrightarrow{GF}$:

$\overrightarrow{EN}\begin{pmatrix}x_N-1\\y_N-2\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}3-1\\-1-2\end{pmatrix}-3\begin{pmatrix}3+2\\-1-5\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}-3\begin{pmatrix}5\\-6\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{EN}\begin{pmatrix}x_N-1\\y_N-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4-15\\-6+18\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-11\\12\end{pmatrix}$ ①

$\hookrightarrow \begin{cases}x_N-1=-11\\y_N-2=12\end{cases} \rightarrow N(-10;14)$

③ العدد المركب الملحق لـ $\overrightarrow{AB}$:

$A\left(\frac{x_C+x_D}{2};\frac{y_C+y_D}{2}\right)=A\left(\frac{1+(-1)}{2};\frac{\sqrt{2}+0}{2}\right)=A\left(0;\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$B\left(\frac{x_E+x_F}{2};\frac{y_E+y_F}{2}\right)=B\left(\frac{1+3}{2};\frac{2-1}{2}\right)=B\left(2;\frac{1}{2}\right)$.

$\hookrightarrow \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2-0\\\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\end{pmatrix}=\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\\frac{1-\sqrt{2}}{2}\end{pmatrix}$ ①

④ المعادلة الديكارتية لـ (AB):

ليكن $H(x;y)$ نقطة من (AB) وعليه: $\overrightarrow{AH}$ // $\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AH}\begin{pmatrix}x-0\\y-\frac{\sqrt{2}}{2}\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\\frac{1-\sqrt{2}}{2}\end{pmatrix}$

بالتناسق: $(AB):(x-0)\left(\frac{1-\sqrt{2}}{2}\right)-2\left(y-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=0$

$(AB):\frac{1-\sqrt{2}}{2}x-2y+\sqrt{2}=0$ ①

⑤ هل الشعاعان $\overrightarrow{CD}$ و $\overrightarrow{OH}$ عموديان؟

حسب السؤال الأول فإن: $\overrightarrow{CH}=\sqrt{2}\overrightarrow{CD}$ ①

أي أنهما مرتبطة خطيا فهما عموديان.

التمرين الثالث:

1) إثبات أن (S) تقبل حلا وحيدا أي:

$(S):\begin{cases}5x-4y-16=0\\8x-3y-29=0\end{cases}$

$\frac{a}{a'}\neq\frac{b}{b'}\neq\frac{c}{c'} \rightarrow \frac{5}{8}\neq\frac{-4}{-3}\neq\frac{-16}{-29}$ 0,5

$0,625\neq 1,33\neq 0,55$

إذن (S) تقبل حلا وحيدا الميث:

$\begin{cases}5x-4y=16\\8x-3y=29\end{cases} \rightarrow \Delta=\begin{vmatrix}5&-4\\8&-3\end{vmatrix}=5(-3)-8(-4)=-15+32=17\neq 0$

الإجابة النموذجية

$x=\frac{\Delta x}{\Delta}=\frac{\begin{vmatrix}16&-4\\29&-3\end{vmatrix}}{17}=\frac{16(-3)-29(-4)}{17}=\frac{68}{17}=4$.

$y=\frac{\Delta y}{\Delta}=\frac{\begin{vmatrix}5&16\\8&29\end{vmatrix}}{17}=\frac{5(29)-16(8)}{17}=\frac{17}{17}=1$.

① $S=\{(4;1)\}$

2) استنتاج حلول المعادلة (S'):

$\begin{cases}5\left(\frac{1}{t^2}\right)-4\left(\frac{1}{(z-1)^2}\right)-16=0\\8\left(\frac{1}{t^2}\right)-3\left(\frac{1}{(z-1)^2}\right)-29=0\end{cases}$ $\begin{matrix}a=\frac{1}{t^2}\\b=\frac{1}{(z-1)^2}\end{matrix}\rightarrow\begin{cases}5a-4b=16\\8a-3b=29\end{cases}$

حل جملة أخرى فإن $(a;b)=(4;1)$ حيث $a=4$ و $b=1$

$a=4 \rightarrow \frac{1}{t^2}=\frac{4}{1} \rightarrow 1\times 1=4t^2 \rightarrow t^2=\frac{1}{4}>0$ ①

$\hookrightarrow |t|=\frac{1}{2}>0 \rightarrow (t=-\frac{1}{2})$ أو $(t=\frac{1}{2})$

$b=1 \rightarrow \frac{1}{(z-1)^2}=\frac{1}{1} \rightarrow 1(z-1)^2=1\times 1 \rightarrow (z-1)^2=1>0$ ①

$\hookrightarrow |z-1|=1>0 \rightarrow (z-1=1 \rightarrow z=2)$ أو $(z-1=-1 \rightarrow z=0)$

وعليه: $S=\left\{\left(-\frac{1}{2};0\right);\left(-\frac{1}{2};2\right);\left(\frac{1}{2};0\right);\left(\frac{1}{2};2\right)\right\}$ ①

التمرين الرابع:

$\begin{cases}(\Delta):2x+y+1=0\\(\Delta'):mx+y+m-1=0;m\in\mathbb{R}\end{cases}$

1) إيجاد m حيث: $(\Delta)\perp(x'x)$:

$(x'x):y=0 \rightarrow 0\times x+1\times y+0=0 \rightarrow \vec{V}_{(x'x)}\begin{pmatrix}-1\\0\end{pmatrix}$

$(\Delta'):mx+y+m-1=0 \rightarrow \vec{V}_{(\Delta')}\begin{pmatrix}-1\\m\end{pmatrix}$

$(x'x)\perp(\Delta) \rightarrow \vec{V}_{(x'x)}\begin{pmatrix}-1\\0\end{pmatrix}$ // $\vec{V}_{(\Delta)}\begin{pmatrix}-1\\m\end{pmatrix}$

$\hookrightarrow -1(m)-1(0)=0 \rightarrow -m=0 \rightarrow (m=0)$

ومنه من أجل $(m=0)$ فإن $(\Delta')\perp(x'x)$.

2) إيجاد قيمة m حتى يكون $(\Delta)\perp(\Delta')$:

$(\Delta):2x+y+1=0 \rightarrow \vec{V}_{(\Delta)}\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$

$(\Delta)\perp(\Delta') \rightarrow \vec{V}_{(\Delta)}\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$ // $\vec{V}_{(\Delta')}\begin{pmatrix}-1\\m\end{pmatrix}$.

$\hookrightarrow -1(m)-2(-1)=0 \rightarrow -m+2=0$

$\rightarrow (m=2)$

الطريقة المباشرة: $m_2=2$

هل (Δ) و (Δ') منطبقان؟ يكونان منطبقان إذا:

$\frac{m}{2}=\frac{1}{1}=\frac{m-1}{1} \xrightarrow{m=2} \frac{2}{2}=\frac{1}{1}=\frac{2-1}{1}=\frac{1}{1}=1$

نعم هما عموديان منطبقان.

3) إثبات أن $B(-1;1)$ تنتمي لـ (Δ'): إذا:

$mx_B+y_B+m-1=0$

$m(-1)+1+m-1=-m+m=0$ ①

$\hookrightarrow B(-1;1)\in(\Delta')$

- انتهى -