الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية وهران
المقاطعة الرابعة

المستوى: الرابعة متوسط
السنة الدراسية: 2025/2024

# الإمتحان التجريبي لشهادة التعليم المتوسط في مادة الرياضيات

المدة: ساعتين

## الجزء الأول: 12 نقاط

### التمرين الأول : 3 نقاط

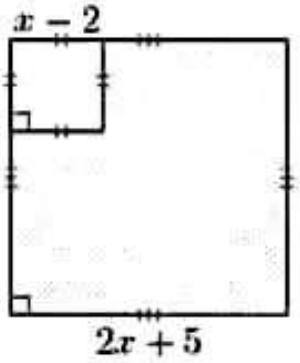
إليك العددين:

$$A = \sqrt{27} - 2\sqrt{75} + 3\sqrt{147}, \quad B = \sqrt{\frac{312}{234}}$$

1. احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 312 و 234.
2. اكتب العدد $A$ على الشكل $a\sqrt{3}$، حيث $a$ عدد طبيعي.
3. بيّن أن $A \times B$ عدد طبيعي.

### التمرين الثاني : 3 نقاط

تمعن في الشكل المقابل بحيث: $x > 2$



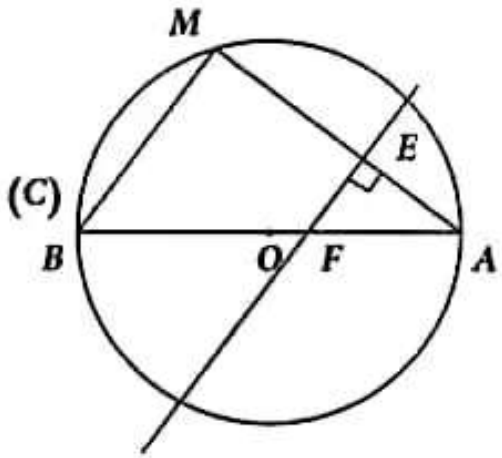

1. عبر عن مساحة كل مربع بدلالة $x$ واكتب الناتج على أبسط شكل ممكن.
2. بين أن مساحة الجزء المظلل تعطى بالعبارة التالية:

$$A = (x+7)(3x+3)$$

3. أوجد قيم $x$ بحيث يكون محيط الجزء المظلل لا يتجاوز $100cm$.

### التمرين الثالث : 3 نقاط

تمعن في الشكل المقابل (الأبعاد غير حقيقية):
$(C)$ دائرة مركزها $O$ وقطرها $[AB]$ حيث $AB = 10\,cm$ ، النقطة $M$ تنتمي إلى الدائرة حيث: $BM = 6\,cm$




1. احسب قيس الزاوية $\widehat{BAM}$. (تدور النتيجة الى الدرجة)
2. إذا علمت أن $FE = 1.8\,cm$، احسب الطول $AF$.
3. أوجد عناصر الدوران الذي يحوّل النقطة $B$ إلى النقطة $M$، (المركز، الزاوية، الإتجاه)

التمرين الرابع : في معلم $(O;\vec{i},\vec{j})$ متعامد ومتجانس المستوي:

1) علّم النقط: $S(2;4)$ ; $R(4;1)$ ; $Q(-2;-3)$

2) علماً أن: $QR = 2\sqrt{13}; RS = \sqrt{13}$. بيّن طبيعة المثلث $QRS$

3) احسب إحداثي النقطة $T$ حيث يكون: $\overrightarrow{QR} = \overrightarrow{TS}$

4) استنتج طبيعة الرباعي $QRST$.

## الجزء الثاني: 08 نقاط

**الوضعية الادماجية:**

تعرض شركة قطار المدينة "تراموايي" على الركاب العرضين التاليين:

- العرض الأول: ثمن التذكرة 40 دينارًا لكل رحلة.
- العرض الثاني: اشتراك شهري قدره 300 دينار، وتخفيض في ثمن التذكرة بنسبة 37,5%.

**الجزء الأول:**

1. احسب ثمن التذكرة في العرض الثاني بعد التخفيض.
2. ما هو العرض الأفضل لراكب يستقل القطار 15 مرة شهريًا؟

**الجزء الثاني:**

1. ليكن $x$ عدد الرحلات، و $f(x)$ هو الثمن المدفوع بالعرض الأول، و $g(x)$ هو الثمن المدفوع بالعرض الثاني. عبّر عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة $x$.
2. مثّل الدالتين $f(x)$ و $g(x)$ في معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$، حيث:
   - على محور الفواصل: كل 1 cm يمثل 4 رحلات.
   - على محور التراتيب: كل 1 cm يمثل 200 دينار.
3. إليك الجملة التالية:

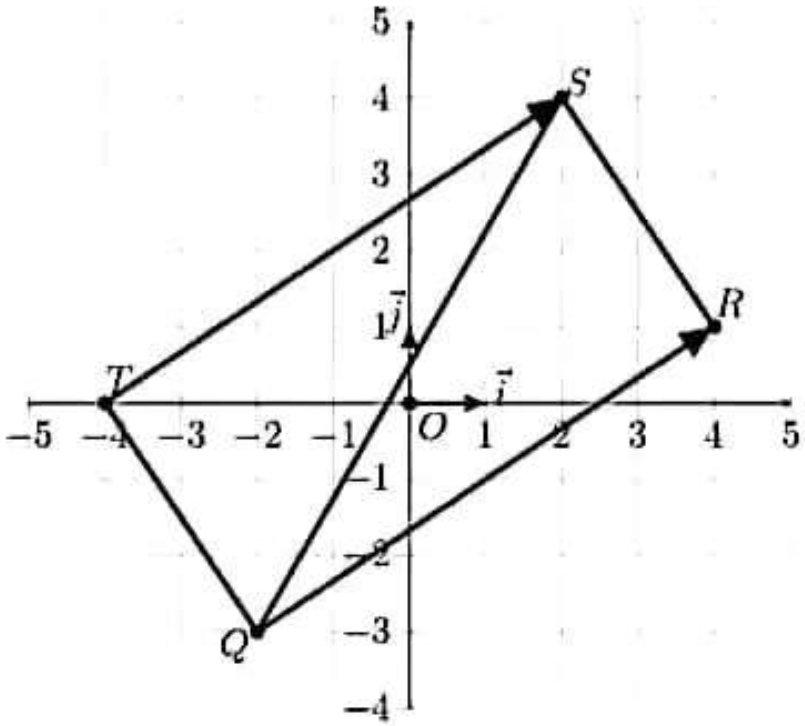
$$\begin{cases} y = 40x \\ y = 25x + 300 \end{cases}$$

حل هذه الجملة حسابيًا، ثم فسر الحل بيانيًا.

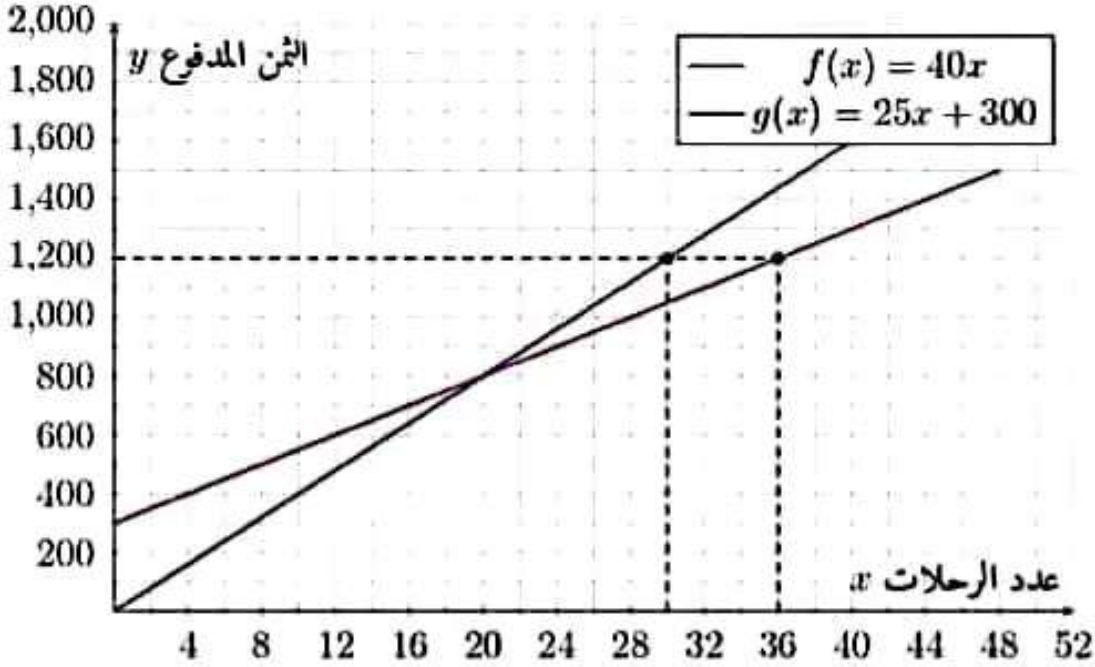
4. إذا كان بحوزتك مبلغ قدره 1200 دينار، بالاستعانة بالبيان جّد العرض الأفضل لك؟

| عناصر الإجابة | العلامة مجزأة | العلامة مجموع |
|---|---|---|
| **حل التمرين الأول: 3 نقاط** | 1 | 1 |
| **1. حساب القاسم المشترك الأكبر:** | | |
| نحسب باستعمال خوارزمية إقليدس: $312 = 234 \times 1 + 78$ <br> $234 = 78 \times 3 + 0$ <br> إذن: $\boxed{PGCD(312, 234) = 78}$ | | |
| **2. كتابة $A = \sqrt{27} - 2\sqrt{75} + 3\sqrt{147}$ على الشكل $a\sqrt{3}$:** | $0.25 \times 4$ | 1 |
| $A = \sqrt{3 \times 9} - 2\sqrt{25 \times 3} + 3\sqrt{49 \times 3} = 3\sqrt{3} - 2 \times 5\sqrt{3} + 3 \times 7\sqrt{3}$ | | |
| $A = 3\sqrt{3} - 10\sqrt{3} + 21\sqrt{3} = \boxed{14\sqrt{3}}$ | | |
| **3. بيّن أن $A \times B$ عدد طبيعي:** | $0.5 \times 2$ | 1 |
| $A = 14\sqrt{3}$; $B = \sqrt{\frac{312}{234}} = \sqrt{\frac{312 \div 78}{234 \div 78}} = \sqrt{\frac{4}{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$: | | |
| $A \times B = 14\sqrt{3} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{28\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \boxed{28}$ وهو عدد طبيعي. | | |
| **حل التمرين الثاني: 3 نقاط** | $0.25 \times 4$ | 1 |
| **1. التعبير عن مساحة كل مربع بدلالة $x$:** | | |
| - مساحة المربع الكبير: $A_1 = (2x+5)^2 = 4x^2 + 20x + 25$ | | |
| - مساحة المربع الصغير: $A_2 = (x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$ | | |
| **2. التحقق أن مساحة الجزء المظلل هي: $A = (x-7)(3x+3)$** | $0.5 \times 2$ | 1 |
| $A = A_1 - A_2 = (2x+5)^2 - (x-2)^2 = (2x+5-x+2)(2x+5+x-2)$ | | |
| $A = (x+7)(3x+3)$ | | |
| وبالتالي العبارة صحيحة. | | |
| **3. إيجاد قيم $x$ بحيث يكون محيط الجزء المظلل لا يتجاوز 100cm:** | $0.5 \times 2$ | 1 |
| المحيط: $P = 4(2x+5) = 8x + 20$ | | |
| $8x + 20 \leq 100 \Rightarrow 8x \leq 80 \Rightarrow x \leq 10$ | | |
| بما أن: $x > 2$ و $x \leq 10$، فإن: $\boxed{2 < x \leq 10}$ | | |
| أي: قيم $x$ هي كل الأعداد أكبر من 2 و أصغر أو تساوي 10. | | |

| عناصر الإجابة | العلامة مجزأة | العلامة مجموع |
|---|---|---|
| **حل التمرين الثالث: 3 نقاط** | $0.5 \times 2$ | 1 |
| **1. حساب قيس الزاوية $\widehat{BAM}$:** | | |
| بما أن $[AB]$ قطر للدائرة $(C)$ المحيطة بالمثلث $ABM$ فإن المثلث $ABM$ قائم في $M$، وعليه: | | |
| $\sin\widehat{BAM} = \dfrac{BM}{AB} = \dfrac{6}{10} = 0.6 \Rightarrow \widehat{BAM} = \sin^{-1} 0.6 \approx 37°$ | | |
| **2. حساب الطول $AF$:** | $0.25 \times 4$ | 1 |
| بما أن $(FE) \perp (AM)$ و$(BM) \perp (AM)$، فإن $(FE)//(BM)$ ، ولدينا النقاط $A, E, M$ و $A, F, B$ على استقامية على الترتيب، ومنه حسب خاصية طالس نجد : | | |
| $\dfrac{AF}{AB} = \dfrac{AE}{AM} = \dfrac{FE}{BM} \Rightarrow \dfrac{AF}{10} = \dfrac{1.8}{6} \Rightarrow AF = \dfrac{1.8 \times 10}{6} = 3\,\text{cm}$ | | |
| **3. عناصر الدوران الذي يحوّل $B$ إلى $M$:** | $0.25 \times 4$ | 1 |
| بما أن الزاوية المحيطية $\widehat{BAM}$ والزاوية المركزية $\widehat{BOM}$ تحصران نفس القوس $AC$ فإن: | | |
| $\widehat{BOM} = 2 \times \widehat{BAM} = 2 \times 37° = 74°$ | | |
| إذن $M$ صورة $B$ بالدوران الذي مركزه $O$ وزاويته $74°$ في اتجاه مباشر. | | |
| **حل التمرين الرابع: 3 نقاط** | 0.5 | 0.5 |
| **1) تمثيل النقط:** | | |



| عناصر الإجابة | العلامة مجزأة | العلامة مجموع |
|---|---|---|
| 2) بيّن طبيعة المثلث $QRS$<br>حساب $QS$ :<br>$QS = \sqrt{(x_S - x_Q)^2 + (y_S - y_Q)^2} = \sqrt{(2-(-2))^2 + (4-(-3))^2} = \sqrt{65}$<br>حسب خاصية فيثاغورس العكسية:<br>$QS^2 = (\sqrt{65})^2 = 65$<br>$QR^2 + RS^2 = (2\sqrt{13})^2 + (\sqrt{13})^2 = 65$<br>بما أن $QS^2 = QR^2 + RS^2$، فإن المثلث $QRS$ قائم في النقطة $R$. | $0.5 \times 2$ | 1 |
| 3) حساب إحداثيي النقطة $T$ بحيث $\overrightarrow{QR} = \overrightarrow{TS}$<br>نضع $T(x;y)$، نحسب مركبتي $\overrightarrow{TS}$ و $\overrightarrow{QR}$ :<br>$\overrightarrow{QR}\begin{pmatrix} 4-(-2) \\ 1-(-3) \end{pmatrix} = \overrightarrow{QR}\begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix}; \overrightarrow{TS}\begin{pmatrix} 2-x \\ 4-y \end{pmatrix}$<br>بما أن $\overrightarrow{QR} = \overrightarrow{TS}$، فإن:<br>$\begin{cases} 2-x=6 \\ 4-y=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-4 \\ y=0 \end{cases}$<br>إذن: $\boxed{T(-4\ ;\ 0)}$ | $0.5 \times 2$ | 1 |
| 4) استنتاج طبيعة الرباعي $QRST$<br>بما أن: $\overrightarrow{QR} = \overrightarrow{ST}$ فإن الرباعي $QRST$ متوازي أضلاع.<br>وبما أن المثلث $QRS$ قائم في $R$، فإن الرباعي $QRST$ مستطيل. | $0.25 \times 2$ | 0.5 |
| تقبل كل النتائج الصحيحة الأخرى | | |

| عناصر الإجابة | العلامة مجزأة | العلامة مجموع |
|---|---|---|
| **حل المسألة: 12 نقاط** | | |
| **الجزء الأول:** | | |
| 1) حساب ثمن التذكرة في العرض الثاني: | 1 | 1 |
| $\left(1-\frac{37.5}{100}\right)\times 40=(1-0.375)\times 40=0.625\times 40=25$ | | |
| ثمن تذكرة العرض الثاني هو : 25 ديناراً | | |
| 2) مقارنة العرضين لعدد 15 رحلة: | 0.5 × 2 | 1 |
| العرض الأول: $15\times 40=600$ ; العرض الثاني: $300+15\times 25=675$ | | |
| اذن العرض الأفضل لعدد 15 رحلة هو العرض الأول. | | |
| **الجزء الثاني:** | | |
| 1) كتابة الدالتين: | 0.5 × 2 | 1 |
| $g(x)=25x+300$ ; $f(x)=40x$ | | |
| 2) التمثيل البياني للدالتين: | | |
|  | | |
|  | | |
| - تمثيل كل دالة بنقطتين (الجدول المساعد) | 0.5 × 3 | 1.5 |
| - يمثل كل دالة تمثيلاً صحيح حتى وإن كانت العبارة خاطئة. | | |
| - رسم معلم يُحترم فيه السلم المعطى. | | |

| عناصر الإجابة | العلامة مجزأة | العلامة مجموع |
|---|---|---|
| 3) حل الجملة: $\begin{cases} y = 40x \quad .....(1) \\ y = 25x + 300 \quad .....(2) \end{cases}$<br>نعوّض $y$ من المعادلة (1) في المعادلة (2):<br>$40x = 25x + 300 \Rightarrow 40x - 25x = 300 \Rightarrow 15x = 300 \Rightarrow x = 20$<br>نعوّض $x = 20$ في المعادلة (1):<br>$y = 40 \times 20 = 800$<br>إذن: الثنائية: $\boxed{(20\ ;\ 800)}$ هو حل لجملة معادلتين. | 1 | 1 |
| التفسير الهندسي:<br>التمثيلان البيانيان للدالتين $f(x) = 40x$ و $g(x) = 25x + 300$ يتقاطعان في النقطة $\boxed{(20\ ;\ 800)}$، (ويمثل هذا عدد الرحلات الذي عنده يتساوى الثمن في العرضين). | 0.5 | 0.5 |
| 4) إذا كان بحوزتي 1200 دينار، ما هو العرض الأفضل؟<br>من البيان نجد أن: " يترك أثر أو يُلون أو يكتب فواصل عندما يكون $y = 1200$ "<br>عند الثمن 1200 دينار، يكون عدد الرحلات الممكنة:<br>– في العرض الأول الدالة $f(x)$ : $\boxed{30}$ رحلة<br>– في العرض الثاني الدالة $g(x)$ : $\boxed{36}$ رحلة<br>بالتالي: العرض الثاني هو الأفضل لأنه يسمح بعدد أكبر من الرحلات بنفس المبلغ. | 1 | 1 |
| التسلسل المنطقي - معقولية النتائج - المقروئية - عدم التشطيب | 1 | 1 |
| تقبل كل النتائج الصحيحة الأخرى | | |