الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات و المسابقات

متوسطة عبد الحميد بن باديس – الدوار الجديد – مستغانم — دورة : ديسمبر 2022

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات – 4 متوسط — المدة : ساعتان

الجزء الأول : (12 نقطة)

التمرين الأول : (03 نقاط)

1/ أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 624 و 192 ، ثم اختزل الكسر $\frac{624}{192}$.

2/ بين أن العدد E هو عدد طبيعي حيث : $E = \left(\frac{624}{192} - \frac{15}{8}\right) \div \frac{11}{16}$.

3/ تريد جمعية خيرية توزيع 192 علبة قهوة و 624 kg من السكر بالتساوي على فقراء الحيّ الذي تنشط فيه .

أ/ عين أكبر عدد من الفقراء المستفيدين .

ب/ استنتج عدد علب القهوة و عدد الكيلوغرامات من السكر التي يأخذها كل فقير .

التمرين الثاني : (03 نقاط)

لتكن الأعداد A و B و C حيث :

$$A = 7\sqrt{80} - \sqrt{20} + \sqrt{45} \quad ; \quad B = \sqrt{\frac{9}{27}} \times \sqrt{\frac{16}{3}} \quad ; \quad C = \frac{7 - \sqrt{6}}{\sqrt{6}}$$

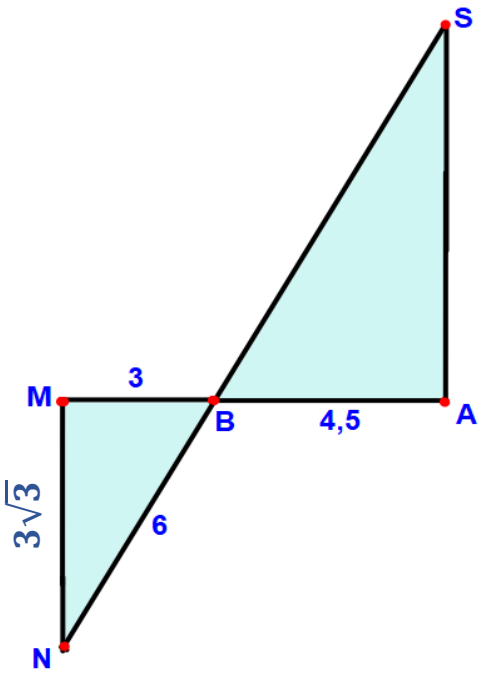
1/ أكتب العدد A على شكل $a\sqrt{5}$ حيث a عدد طبيعي .

2/ بين أن العدد B هو عدد ناطق .

3/ أكتب العدد C على شكل نسبة مقامها عدد ناطق .

التمرين الثالث : (03 نقاط)

الشكل المقابل مرسوم بأطوال غير حقيقية (وحدة الطول هي السنتيمتر)



حيث : $BM = 3\ cm$; $BN = 6\ cm$

$BA = 4{,}5\ cm$; $MN = 3\sqrt{3}\ cm$

1/ أثبت أن المثلث MBN قائم في M .

2/ من أجل $BS = 9$ cm ، هل المستقيمان (MN) و (AS) متوازيان

التمرين الرابع : (03 نقاط)

EFG مثلث قائم في F حيث : $FG = 4$ cm و $EG = 6$ cm

1/ أحسب القيمة المضبوطة للطول FE .

2/ أحسب $\sin \widehat{FEG}$ بالتدوير إلى0,01 ثم استنتج قيس الزاوية $\widehat{FEG}$ بالتدوير إلى الدرجة .

3/ النقطة H هي المسقط العمودي للنقطة F على الضلع [EG] , أحسب الطول FH بالتدوير إلى $\frac{1}{10}$.

الجزء الثاني : (**08 نقاط**)

المسألة

يُطل أيوب من شرفة العمارة ليرى رافعة في ورشة بناء ، فأخذه الفضول لحساب بعض القياسات بتوظيف ما درس ، (أنظر الشكل ، القياسات غير حقيقية)

إليك القياسات التي يريد أيوب حسابها :

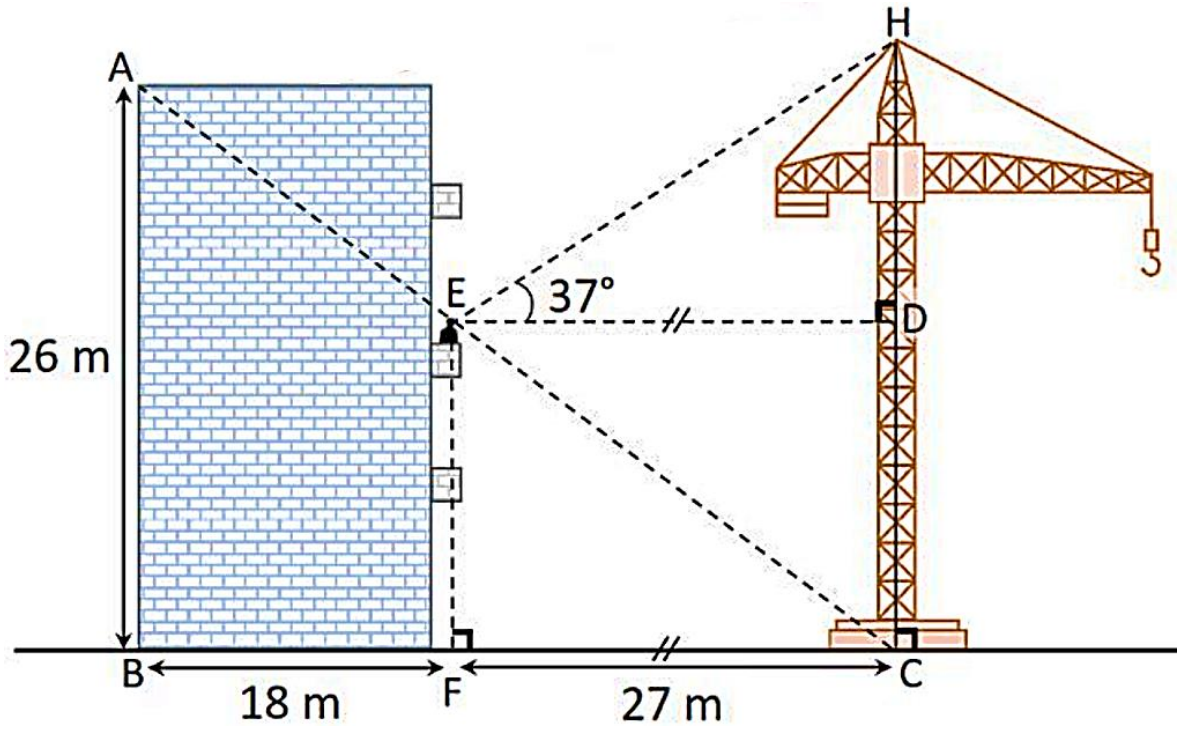
1- الارتفاع الذي يرى منه الرافعة .

2- ارتفاع الرافعة .

3- الزاوية التي يرى بها الرافعة .

- ساعد أيوب في إنجاز هذه الحسابات .

ملاحظة : تُدور النتائج غير المضبوطة إلى $\frac{1}{10}$.



حل التمرين الأول :

1/ حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 624 و 192 .

$624 = 192 \times 3 + 48$
$192 = 48 \times 4 + 0$ — 0.75 ن

إذن : $PGCD(624;192) = 48$

اختزال الكسر : $\frac{624}{192} = \frac{624 \div 48}{192 \div 48} = \frac{13}{4}$ — 0.5 ن

2/ إثبات أن العدد E هو عدد طبيعي .

$E = \left(\frac{624}{192} - \frac{15}{8}\right) \div \frac{11}{16}$
$E = \left(\frac{13}{4} - \frac{15}{8}\right) \div \frac{11}{16}$
$E = \left(\frac{13 \times 2}{4 \times 2} - \frac{15}{8}\right) \div \frac{11}{16}$
$E = \left(\frac{26}{8} - \frac{15}{8}\right) \div \frac{11}{16}$ — 0.75 ن
$E = \frac{26 - 15}{8} \div \frac{11}{16}$
$E = \frac{11}{8} \times \frac{16}{11}$
$E = 2$

3/

أ/ لتعيين أكبر عدد من الفقراء المستفيدين نقوم بحساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 192 و 624 — 0.5 ن

و لدينا حسب ما سبق : $PGCD(624;192) = 48$

ومنه : أكبر عدد من الفقراء المستفيدين هو : **48** .

ب/ يأخذ كل فقير :

4 عدد علب القهوة و 13 كيلو غرام من السكر — 0.5 ن

لأن : $624 \div 48 = 13$ و $192 \div 48 = 4$

حل التمرين الثاني :

1/ كتابة العدد A على شكل $a\sqrt{5}$.

$A = 7\sqrt{80} - \sqrt{20} + \sqrt{45}$
$A = 7\sqrt{16 \times 5} - \sqrt{4 \times 5} + \sqrt{9 \times 5}$
$A = 7 \times 4\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5}$
$A = 28\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5}$ — 1 ن
$A = (28 - 2 + 3)\sqrt{5}$
$A = 29\sqrt{5}$

2/ إثبات أن العدد B هو عدد ناطق .

يوجد عدة طرق للإجابة على هذا السؤال ، فقط عليكم احترام قواعد الحساب على الجذور التربيعية .

$B = \sqrt{\frac{9}{27}} \times \sqrt{\frac{16}{3}}$
$B = \sqrt{\frac{9 \times 16}{27 \times 3}}$
$B = \sqrt{\frac{144}{81}}$
$B = \frac{\sqrt{144}}{\sqrt{81}}$ — 1 ن
$B = \frac{12}{9}$
$B = \frac{4}{3}$ ← عدد ناطق

3/ كتابة العدد C على شكل نسبة مقامها ناطق .

$C = \frac{7 - \sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{(7 - \sqrt{6}) \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \frac{7\sqrt{6} - 6}{6}$ — 1 ن

حل التمرين الثالث :

1/ إثبات أن المثلث MBN قائم في M .

لدينا : $BN^2 = 6^2 = 36$

$BM^2 + MN^2 = 3^2 + \left(3\sqrt{3}\right)^2 = 9 + 9 \times 3$
$= 9 + 27$ — 1.5 ن
$= 36$

بما أن : $BN^2 = BM^2 + MN^2$ فإن حسب خاصية فيتاغورس العكسية المثلث MBN قائم في M .

2/ التحقق إذا ماكان المستقيمان (MN) و (AS) متوازيان.

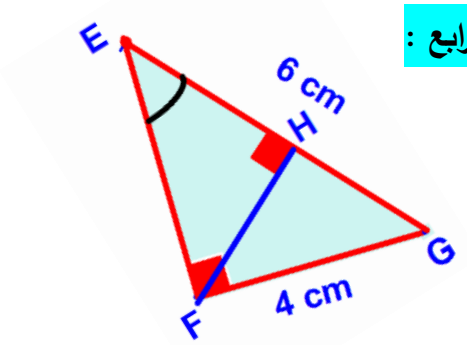
بما أن النقط A, B, M و S, B, N في استقامية وبنفس الترتيب

$\frac{BA}{BM} = \frac{4,5}{3} = 1,5$
$\frac{BS}{BN} = \frac{9}{6} = 1,5$

و $\frac{BA}{BM} = \frac{BS}{BN}$ — 1.5 ن

فإن حسب الخاصية العكسية لخاصية طالس المستقيمان (MN) و (AS) متوازيان .

حل التمرين الرابع :



1/ حساب القيمة المضبوطة للطول FE .

بما أن المثلث EFG قائم في F فإن حسب خاصية فيتاغورث

$EG^2 = FG^2 + FE^2$
$6^2 = 4^2 + FE^2$
$36 = 16 + FE^2$
$FE^2 = 36 - 16$
$FE^2 = 20$
$FE = \sqrt{20}$
$FE = \sqrt{4 \times 5}$
$FE = 2\sqrt{5}\ cm$

1 ن

2/ حساب $\sin \widehat{FEG}$ و استنتاج قيس الزاوية $\widehat{FEG}$

لدينا المثلث EFG قائم في F

إذن :

$\sin \widehat{FEG} = \frac{FG}{EG}$
$\sin \widehat{FEG} = \frac{4}{6}$

0.5 ن

بالتدوير إلى 0.01 نجد : $\sin \widehat{FEG} \approx 0{,}67$

باستعمال الآلة الحاسبة و بالتدوير إلى الدرجة نجد :

$\widehat{FEG} = 42^o$

0.5 ن

3/ حساب الطول FH بالتدوير إلى $\frac{1}{10}$

لدينا المثلث EFH قائم في H

إذن :

$\sin \widehat{FEH} = \frac{FH}{EF}$
$\sin 42^o = \frac{FH}{2\sqrt{5}}$
$FH = \sin 42^o \times 2\sqrt{5}$
$FH \approx 3\ cm$

1 ن

بالتدوير إلى $\frac{1}{10}$ نجد :

يوجد طرق أخرى لحساب الطول FH .

حل المسألة :

مساعدة أيوب في إنجاز الحسابات التالية :

- الإرتفاع الذي يرى منه الرافعة بمعنى نقوم بحساب الطول EF .
- ارتفاع الرافعة بمعنى نقوم بحساب الطول HC
- الزاوية التي يرى بها الرافعة بمعنى نقوم بحساب قيس الزاوية $\widehat{HEC}$.

1/ حساب الطول EF :

بما أن (EF)//(AB) لأنهما عموديان على نفس المستقيم (BC) فإن حسب خاصية طالس

$\frac{CB}{CF} = \frac{CA}{CE} = \frac{AB}{EF}$
$\frac{45}{27} = \frac{CA}{CE} = \frac{26}{EF}$
$EF = \frac{26 \times 27}{45}$
$EF = 15{,}6\ m$

إذن الارتفاع الذي يرى منه الرافعة هو : 15,6 m

2/ حساب الطول HC :

لدينا : $HC = HD + DC = HD + 15{,}6$

نحسب الطول HD :

لدينا المثلث EDH قائم في D

إذن :

$\tan \widehat{HED} = \frac{HD}{ED}$
$\tan 37^o = \frac{HD}{27}$
$HD = \tan 37^o \times 27$

بالتدوير إلى 0,1 نجد : $HD \approx 20{,}3\ m$

و منه :

$HC = 20{,}3 + 15{,}6 = 35{,}9\ m$

إذن ارتفاع الرافعة هو : 35,9 m

3/ حساب قيس الزاوية $\widehat{HEC}$

لدينا : $\widehat{HEC} = \widehat{HED} + \widehat{DEC} = 37^o + \widehat{DEC}$

نحسب قيس الزاوية $\widehat{DEC}$:

لدينا المثلث EDC قائم في D

إذن :

$\tan \widehat{DEC} = \frac{DC}{ED}$
$\tan \widehat{DEC} = \frac{15{,}6}{27}$

بالتدوير إلى 0.1 نجد : $\tan \widehat{DEC} \approx 0{,}6$

باستعمال الآلة الحاسبة و بالتدوير إلى 0.1 نجد :

$\widehat{DEC} = 31^o$

و منه :

$\widehat{HEC} = 37^o + 31^o = 68^o$

إذن الزاوية التي يرى بها الرافعة هي : 68^o

يوجد طرق أخرى للحساب

شبكة تصحيح المسألة

المعيار	الشرح	المؤشرات	سلم التنقيط	العلامة النهائية
م1	ترجمة الوضعية إلى صياغة رياضياتية سليمة	• التصريح بحساب الطولين EF و HC و قيس الزاوية $\widehat{HEC}$ • استعمال خاصية طالس في حساب الطول EF • استعمال النسب المثلثية (الظل) في حساب الطول HC • استعمال النسب المثلثية (الظل) في حساب قيس الزاوية $\widehat{HEC}$ • التصريح بشروط توظيف خاصية طالس و النسب المثلثية • استخلاص الإجابة لغويا	0,5 نقطة لكل مؤشر العلامة الكاملة ل 5 مؤشرات	03
م2	نتائج العمليات صحيحة حتى و ان كانت هذه العمليات لا تناسب الحل	• حساب الطول EF صحيح وفق العبارة المكتوبة و ان كانت غير مناسبة • حساب الطول HC صحيح وفق العبارة المكتوبة و ان كانت غير مناسبة • حساب قيس الزاوية $\widehat{HEC}$ صحيح وفق العبارة المكتوبة و ان كانت غير مناسبة • التعليق على الحل بشكل صحيح	0,75 نقطة لكل مؤشر	03
م3	تسلسل منطقي للمراحل و النتائج معقولة و الوحدات محترمة	• التسلسل المنطقي للأجوبة • معقولية النتائج • احترام الوحدات	0 لعدم وجود أي مؤشر 0,5 لوجود مؤشر واحد 1 لوجود مؤشرين أو أكثر	01
م4	الورقة نظيفة و منظمة و مكتوبة بخط واضح	• عدم التشطيب • النتائج بارزة • مقروئية الكتابة	0 نقطة لوجود أقل من مؤشرين 1 لوجود مؤشرين أو أكثر	01

م1 : التفسير السليم للوضعية | م2 : الإستعمال السليم للأدوات | م3 : الإنسجام | م4 : الإتقان