

الجزء الأول: (12 نقطة)**التمرين الأول: (03 نقاط)**

(1) أكتب العدد A على الشكل $b\sqrt{5}$ حيث b عدد طبيعي : $A = 3\sqrt{20} - 8\sqrt{5} + \sqrt{80}$

(2) أكتب العدد C بمقام ناطق حيث: $C = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}$

(3) بيّن أن العدد D طبيعي حيث: $D = (A-1)^2 + 4\sqrt{5}$

التمرين الثاني: (03 نقاط)

لتكن العبارة E حيث: $E = (x+4)^2 - 3(x^2 - 16)$

(1) أنشر ثم بسّط العبارة E .

(2) حلّ العبارة $x^2 - 16$ إلى جداء عاملين ثم استنتج تحليلاً للعبارة E .

(3) حلّ المعادلة $-2x^2 + 8x + 64 = 0$.

التمرين الثالث: (03 نقاط)

المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O, \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ})$ (وحدة الطول هي $1cm$)

(1) علّم النقط التالية: $A(1; 1)$ ؛ $B(-3; 1)$ ؛ $C(-4; -2)$

(2) أحسب مركبتي الشعاع $\overrightarrow{BC}$.

(3) عيّن النقطة M صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BA}$ ثم احسب احداثي M .

(4) احسب احداثي K مركز تناظر الرباعي $ABCM$.

التمرين الرابع: (03 نقاط)

لاحظ الشكل المقابل حيث:

(C) دائرة مركزها O و $[TS]$ قطرها، R نقطة من (C)

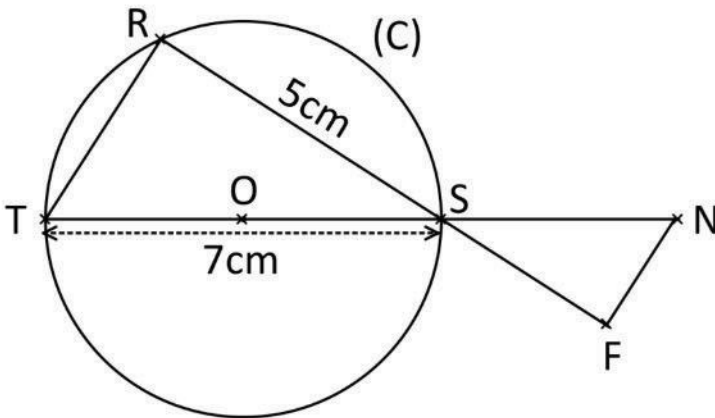
F نقطة من $[RS]$ حيث: $RF = 6,5 cm$

N نقطة من $[TS]$ حيث: $SN = 2,1 cm$

(1) بيّن أن المستقيمان (FN) و (RT) متوازيان

(2) اشرح لماذا $(FN) \perp (RF)$.

(3) احسب قياس الزاوية $\widehat{SNF}$ بالتدوير إلى الدرجة.



الجزء الثاني: (08 نقطة)

المسألة:

عباس صاحب مشروع مزرعة لتربية المواشي، يدرس تحضيرات انطلاق مشروعه من عدة نواحي.

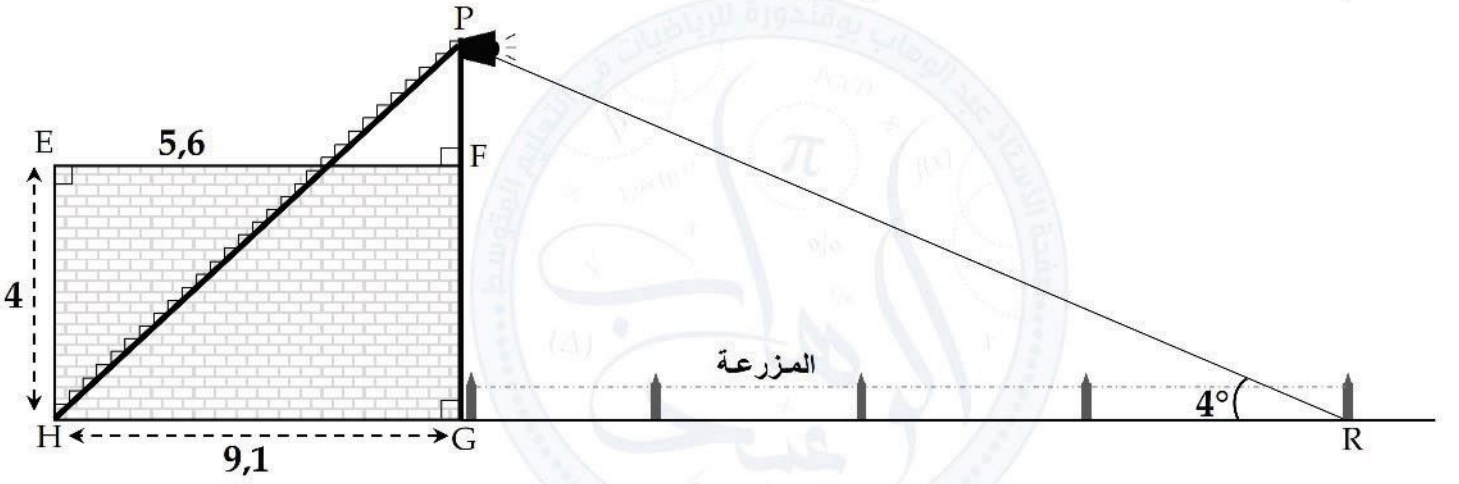
الناحية الأولى: تأمين الأعلاف.

تتضمن المزرعة 40 رأساً من الأبقار و 75 رأساً من الأغنام، حيث يفوق استهلاك البقرة الواحدة من العلف استهلاك الشاة الواحدة بثلاث أمثال.

- يريد عباس أن لا تتجاوز كمية الأعلاف المستهلكة يومياً 780 Kg، ساعده في تحديد الاستهلاك اليومي الأقصى لكل من البقرة الواحدة و الشاة الواحدة في هذه الحالة.

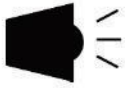
الناحية الثانية: تأمين الحماية.

لمراقبة المزرعة ليلاً يبني عباس منصة مراقبة فوق بيته و يثبت عليها كشاف ضوئي في الموقع P، كما يبينه الشكل أسفله (القياسات غير حقيقية، وحدة الطول هي m)



- وجد عباس أن مدى الكشاف الضوئي الذي ركبّه لا يغطي أقصى نقطة من المزرعة، فقرر استبداله.
- ساعد عباس في اختيار الكشاف الضوئي المناسب لمزرعته من بين الكشافات التالية:

الكشاف الثالث:



المدى : 95m

الكشاف الثاني:



المدى : 75m

الكشاف الأول:



المدى : 50m

بالتوفيق .. أ. عبد الوهاب بوقندورة

الإجابة المفصلة للاختبار التجريبي 2021

توجيهات	عناصر الإجابة
تذكير	التمرين الأول: (06 نقاط)
لكتابة العدد غير الناطق $\sqrt{80}$ على الشكل $b\sqrt{5}$ نكتب ما بداخل الجذر على شكل جداء عددين أحدهما مربع عدد طبيعي (4,9,16,...) ثم نطبق الخاصية: $\sqrt{b^2 a} = b\sqrt{a}$	(1) كتابة العدد A على الشكل $b\sqrt{5}$: $A = 3\sqrt{20} - 8\sqrt{5} + \sqrt{80}$ $A = 3\sqrt{4 \times 5} - 8\sqrt{5} + \sqrt{16 \times 5}$ $A = 3 \times 2\sqrt{5} - 8\sqrt{5} + 4\sqrt{5}$ $A = (6 - 8 + 4)\sqrt{5}$ $A = 2\sqrt{5}$
انتبه	(2) أكتب العدد C بمقام ناطق حيث: $C = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}$
عند كتابة نسبة بمقام ناطق حيث البسط مجموع أو فرق، نراعي كتابة الأقواس؛	$C = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}$ $C = \frac{\sqrt{5} \times \sqrt{3}}{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$ $C = \frac{\sqrt{5 \times 3}}{2\sqrt{3^2}}$ $C = \frac{\sqrt{15}}{2 \times 3}$ $C = \frac{\sqrt{15}}{6}$
مثال: $E = \frac{\sqrt{2} - 3}{\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{2} - 3) \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$ $= \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{2} - 3 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2^2}}$ $= \frac{2 - 3\sqrt{2}}{2}$	(3) تبين أن العدد D طبيعي حيث: $D = (A - 1)^2 + 4\sqrt{5}$ $D = (2\sqrt{5} - 1)^2 + 4\sqrt{5}$ $D = (2\sqrt{5})^2 + 1^2 - 2 \times 2\sqrt{5} \times 1 + 4\sqrt{5}$ $D = 4\sqrt{5^2} + 1 - 4\sqrt{5} + 4\sqrt{5}$ $D = 4 \times 5 + 1$ $D = 20 + 1$ $D = 21$
انتبه	التمرين الثاني: (06 نقاط)
لا تنسى كتابة الأقواس عند تربيع الجداء $2\sqrt{5}$ ، ثم تطبيق الخاصية: $(ab)^2 = a^2 \times b^2$	(1) نشر ثم تبسيط العبارة E : $E = (x + 4)^2 - 3(x^2 - 16)$ $E = x^2 + 4^2 + 2 \times x \times 4 - 3 \times x^2 + 3 \times 16$ $E = x^2 + 16 + 8x - 3x^2 + 48$ $E = -2x^2 + 8x + 64$
انتبه	
عند نشر عبارة من الشكل $(a + b)^2$ ، والصحيح هو: $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ أو: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	

تذكير

المتطابقة الشهيرة:
جداء مجموع حدين و
فرقهما:

تحليل

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

نشر

(2) تحليل العبارة $x^2 - 16$ إلى جداء عاملين:

$$x^2 - 16 = x^2 - 4^2 = (x-4)(x+4)$$

• استنتاج تحليل للعبارة E:

$$E = (x+4)^2 - 3(x^2 - 16)$$

$$E = (x+4)^2 - 3(x-4)(x+4)$$

$$E = (x+4)[(x+4) - 3(x-4)]$$

$$E = (x+4)(x+4-3x+12)$$

$$E = (x+4)(-2x+16)$$

(3) حل المعادلة: $-2x^2 + 8x + 64 = 0$

$$(x+4)(-2x+16) = 0 \text{ أي } -2x^2 + 8x + 64 = 0$$

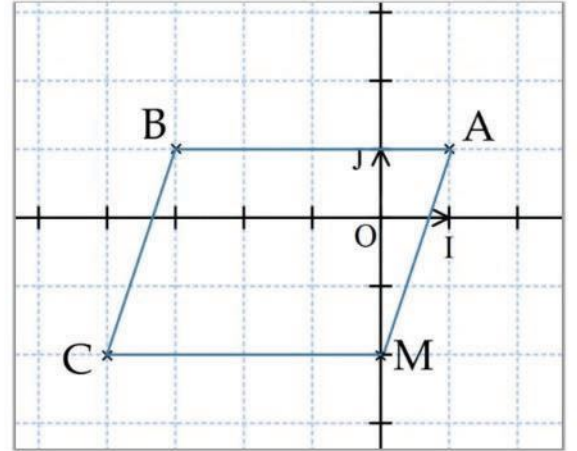
معناه: $x+4=0$ أي: $x=-4$

$$\text{أو: } -2x+16=0 \text{ أي: } -2x=-16 \text{ أي: } x=\frac{-16}{-2}=8$$

للمعادلة حلان هما: -4 و 8.

التمرين الثالث: (06 نقاط)

(1) تعليم النقط: A(1 ; 1) ؛ B(-3 ; 1) ؛ C(-4 ; -2)



(2) حساب مركبتي الشعاع $\overrightarrow{BC}$:

$$\text{لدينا } x_C - x_B = -4 - (-3) = -4 + 3 = -1$$

$$\text{و } y_C - y_B = -2 - 1 = -3$$

$$\text{ومنه: } \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$$

(3) • تعيين النقط M صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BA}$

• حساب احداثي M:

لدينا: النقط M صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BA}$ ،

معناه الرباعي ABCM متوازي أضلاع، ينتج: $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AM}$

تذكير:

شعاعان متساويان معناه
لهما نفس المركبتين
(المركبة الاولى لأحد
الشعاعين تساوي
المركبة الاولى للشعاع
الأخر، كذلك بالنسبة
للمركبة الثانية)

حساب مركبتي $\overrightarrow{AM}$:

$$x_M - x_A = x_M - 1 \quad \text{لدينا:}$$

$$y_M - y_A = y_M - 1 \quad \text{و}$$

$$\overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} x_M - 1 \\ y_M - 1 \end{pmatrix} \text{ أي } \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \text{ولدينا:}$$

بما أن: $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AM}$

$$x_M - 1 = -1 \quad \text{أي: } x_M = -1 + 1 \quad \text{و منه: } x_M = 0$$

$$y_M - 1 = -3 \quad \text{أي: } y_M = -3 + 1 \quad \text{و منه: } y_M = -2$$

و عليه: $M(0; -2)$

(4) حساب احداثيي K مركز تناظر الرباعي ABCM:

بما أن الرباعي ABCM متوازي الاضلاع فإن K هي منتصف أحد قطريه،

نأخذ K منتصف [AC]:

$$x_K = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{1 + (-4)}{2} = -\frac{3}{2} \quad \text{أي:}$$

$$y_K = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{1 + (-2)}{2} = -\frac{1}{2} \quad \text{و:}$$

و عليه: $K(-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2})$

التمرين الرابع: (06 نقاط)

(1) تبين أن المستقيمان (FN) و (RT) متوازيان:

$$\frac{SF}{SR} = \frac{6,5 - 5}{5} = \frac{1,5}{5} = 0,3 \quad \text{و} \quad \frac{SN}{ST} = \frac{2,1}{7} = 0,3 \quad \text{لدينا:}$$

بما أن $\frac{SN}{ST} = \frac{SF}{SR}$ والنقط S، R و F من جهة والنقط S، T و N من جهة أخرى

بنفس الترتيب و في استقامية، فإن المستقيمان (FN) و (RT) متوازيان حسب عكس خاصية طالس.

(2) شرح لماذا $(FN) \perp (RF)$:

لدينا: رؤوس المثلث RTS تنتمي للدائرة (C) التي قطرها الضلع [TS] فيكون

المثلث RTS قائما في R أي $(RT) \perp (RF) \dots (1)$

و لدينا مما سبق: $(FN) \parallel (RT) \dots (2)$

من (1) و (2) نستنتج أن: $(FN) \perp (RF)$

(3) حساب قياس الزاوية SNF:

$$\text{لدينا في المثلث SNF القائم في F: } \sin SNF = \frac{SF}{SN} = \frac{1,5}{2,1}$$

$$\sin SNF \approx 0,714$$

باستعمال آلة حاسبة نجد: $SNF \approx 46^\circ$

تذكير:

لإثبات توازي مستقيمين يمكن توظيف عكس خاصية طالس كما يلي:

«تأكد من استقامية و ترتيب النقط وفقا للوضعية المطلوبة».

«نحسب نسبتيين مناسبتين كل على حدى لنجد أنهما متساويتان».

«بتحقق الشرطين يكون المستقيمان متوازيان».

المسألة: (06 نقاط)

الناحية الأولى:

• مساعدة عباس في تحديد الاستهلاك اليومي الأقصى لكل من البقرة الواحدة والشاة الواحدة:

نرمز لاستهلاك الشاة الواحدة بـ x فيكون استهلاك البقرة الواحدة هو $3x$ وبالتالي استهلاك جميع المواشي هو: $40 \times 3x + 75 \times x = 120x + 75x = 195x$

كمية الأعلاف المستهلكة يوميا لا تتجاوز 780 Kg أي:

$$195x < 780 \quad \text{ومنه:} \quad \frac{195}{195}x < \frac{780}{195} \quad \text{أي} \quad x < 4$$

وبالتالي :

الاستهلاك اليومي الأقصى للشاة الواحدة هو: 4Kg

والاستهلاك اليومي الأقصى للبقرة الواحدة هو: 12Kg لأن $3 \times 4 = 12$

الناحية الثانية:

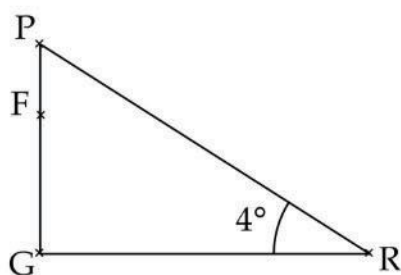
مساعدة عباس في اختيار الكشاف الضوئي المناسب لمزرعته من بين الكشافات المقترحة:

نحسب المدى المناسب لإضاءة أقصى نقطة في المزرعة أي PR:

لدينا في المثلث PRG القائم في G في :

$$\sin PRG = \frac{PG}{PR}$$

$$\sin 4^\circ = \frac{PG}{PR} \quad \dots (3) \quad \text{أي}$$



يلزم حساب الطول PG : $PG = GF + FP = 4 + FP$

حساب الطول FP:

لدينا $(EH) \parallel (FP)$ لأنها عموديان على نفس المستقيم، و S نقطة تقاطع

(HP) و (EF)، حسب خاصية طاليس نجد:

$$\frac{SF}{SE} = \frac{FP}{EH} = \frac{SP}{SH}$$

$$\frac{9,1 - 5,6}{5,6} = \frac{FP}{4} = \frac{SP}{SH} \quad \text{بالتعويض العددي:}$$

$$FP = \frac{3,5 \times 4}{5,6} \quad \text{أي:} \quad \frac{3,5}{5,6} = \frac{FP}{4}$$

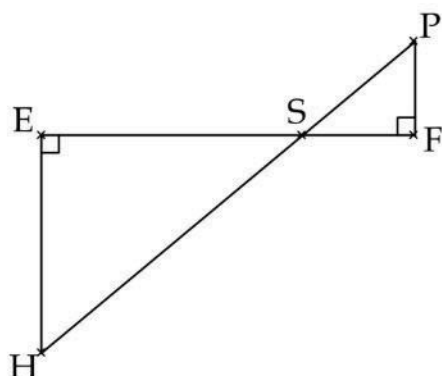
$$FP = 2,5m \quad \text{نجد:}$$

و منه : $PG = 4 + 2,5$ أي : $PG = 6,5m$

بتعويض PG في (3) نجد:

$$\sin 4^\circ = \frac{6,5}{PR} \quad \text{أي} \quad PR = \frac{6,5}{\sin 4^\circ} \quad \text{ومنه} \quad PR \approx 93m$$

وبالتالي الكشاف المناسب في هذه الحالة هو الكشاف الثالث ذو المدى 95m.



توجيه

لتربيض مشكلات:

« نقرأ جيداً ونتمعن في نص المشكلة.

« نرمز للمجهول بحرف، عادة يكون x ، ثم نكتب باقي المعطيات بدلالة هذه الحرف.

« نبحث عن الجمل المفتاحية التي بها نترجم المعطيات إلى صيغة رياضية، كمترجمة ("لا تتجاوز كمية الأعلاف..") أو معادلة (مثلاً: "حتى تكون مساحة القطعة الأولى تساوي ضعف مساحة الثانية") أو غيرها من الصيغ الرياضية.

« نحل المترجمة أو المعادلة المتحصل عليها. « نتأكد من صحة الحل. « نجيب عن المشكلة.

انتبه

عند حل مثل هذه الوضائيات، يكون الوصول للمطلوب بتوظيف أكثر من خاصية أو طريقة أو قانون، لذلك نستحضر جيداً مختلف الخواص و نتأكد من صلاحية تطبيقها مع المعطيات المختلفة في الوضعية.

انتبه

عند حساب المجهول x في معادلة من الشكل

$$a = \frac{b}{x} \quad \text{حيث } a \text{ و } b$$

$$x = \frac{b}{a} \quad \text{فإن: معلومان،}$$

شبكة تصحيح الوضعية

السؤال	المعيار	المؤشرات	سلم التنقيط	العلامة الجزئية	العلامة النهائية
01	التفسير السليم للوضعية	• توظيف الترميز بحرف و ترجمة المعطيات بدلالة هذا الحرف . • كتابة متراجحة. • حل المتراجحة. • تعويض قيمة الحرف و اعطاء قيمة لاستهلاك كل من البقرة و الشاة.	0,5 إن وفق في مؤشر واحد 01 إن وفق في مؤشرين 1,5 إن وفق في 3 مؤشرات على الأقل	1,5	03
	الاستعمال السليم للأدوات	• المعطيات مترجمة بدلالة x بشكل صحيح. • المتراجحة صحيحة وفق القيم المختارة. • حل المتراجحة صحيح وفق القيم المختارة. • استهلاك كل من البقرة و الشاة صحيح وفق القيم المختارة.	0,5 إن وفق في مؤشر واحد 01 إن وفق في مؤشرين 1,5 إن وفق في 3 مؤشرات على الأقل	1,5	
02	التفسير السليم للوضعية	• التصريح بتوظيف خاصية طالس. • كتابة مساويات تتضمن نسب. • توظيف الرابع المتناسب لحساب FP. • توظيف الجمع لحساب PG • توظيف نسبة مثلثية لحساب الطول RP. • توظيف الرابع المتناسب لحساب RP. • اختيار احد الكشافات.	0,25 إن وفق في مؤشر واحد 0,5 إن وفق في مؤشرين 0,75 إن وفق في ثلاث مؤشرات 01 إن وفق في أربع مؤشرات 1,5 إن وفق في خمس مؤشرات على الأقل	1,5	3,5
	الاستعمال السليم للأدوات	• تبرير توازي المستقيمين صحيح. • المساويات المتضمنة للنسب صحيحة. • الطول FP صحيح وفق القيم المختارة • الطول PG صحيح وفق القيم المختارة. • النسبة المثلثية المختارة لحساب الطول RP صحيحة. • الطول RP صحيح وفق القيم المختارة. • اختيار الكشاف صحيح وفق القيم المختارة.	0,5 إن وفق في مؤشر واحد 01 إن وفق في مؤشرين 1,5 إن وفق في ثلاث مؤشرات 1,75 إن وفق في أربع مؤشرات 2 إن وفق في خمس مؤشرات على الأقل	02	
كل الوضعية	الانسجام	• تسلسل خطوات الحل منطقي. • وحدة القياس محترمة. • معقولية النتائج.	0,5 إن وفق في مؤشر واحد 0,75 إن وفق في مؤشرين على الأقل	0,75	1,5
	الإتقان	• الكتابة مقروءة • عدم التشطيب • صياغة النتائج بوضوح	0,5 إن وفق في مؤشر واحد 0,75 إن وفق في مؤشرين على الأقل	0,75	