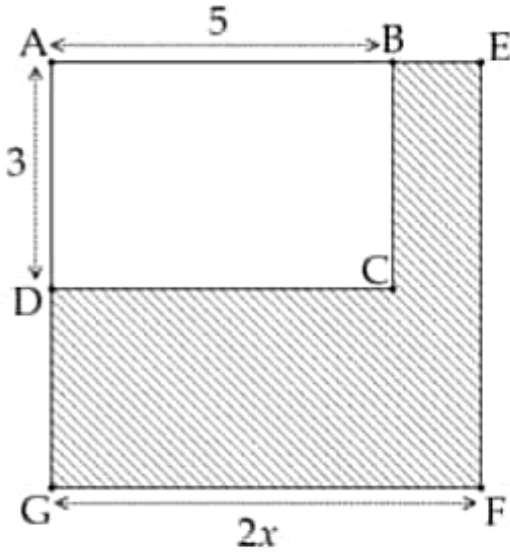


تتسارع وتيرة التطور التقني و الرقمي في حياتنا وتزداد معه سهولة توفير الخدمات، فيما يلي نرى تطوير مركز لتوزيع الطرود البريدية.

الجزء الأول:

بغرض تجهيز مركز لتوزيع الطرود البريدية بمعدات جديدة تتم توسعته (الشكل [01]). وحدة الطول هي dam (x عدد موجب)، حيث المستطيل $ABCD$ يمثل المركز قبل التوسعة و المربع $AEFG$ يمثل المركز بعد التوسعة. نريد إيجاد المساحة المضافة اللازمة مع الأخذ بعين الاعتبار التكلفة المخصصة لذلك.



الشكل [01]

(1) حلّ العبارة $4x^2 - 36$.

(2) جد مساحتي المركز قبل التوسعة و بعد التوسعة (بدلالة x)

ثم استنتج عبارة المساحة المضافة بدلالة x .

(3) بعد مراجعات للتكلفة المالية للمشروع قرر مدير المركز أن تكون المساحة المضافة $21 dam^2$.

• بيّن أن هذا الشرط يمكن كتابته بمعادلة من الشكل

$$(ax+b)(ax-b)=0 \text{ مع تعيين العددين الطبيعيين } a \text{ و } b.$$

• جد قيمة x في هذه الحالة.

الجزء الثاني:

يقتني المركز آلات لتصنيع العلب المخصصة للطرود، لذلك طرح مناقصة لتزويده بمادة الورق المقوى فتلقى العرضين التاليين:

العرض الأول: $500 DA$ للرزمة الواحدة من الورق.

العرض الثاني: $200 DA$ للرزمة الواحدة من الورق مع دفع مساهمة سنوية مقدرة بـ $6000 DA$.

(1) باعتبار x هو عدد الرزم، جد قيم x التي من أجلها يكون العرض الثاني أفضل من العرض الأول.

(2) استنتج العرض المناسب لهذا المركز إذا علمت أن الاستهلاك السنوي له من مادة الورق هو 18 رزمة.

الجزء الثالث:

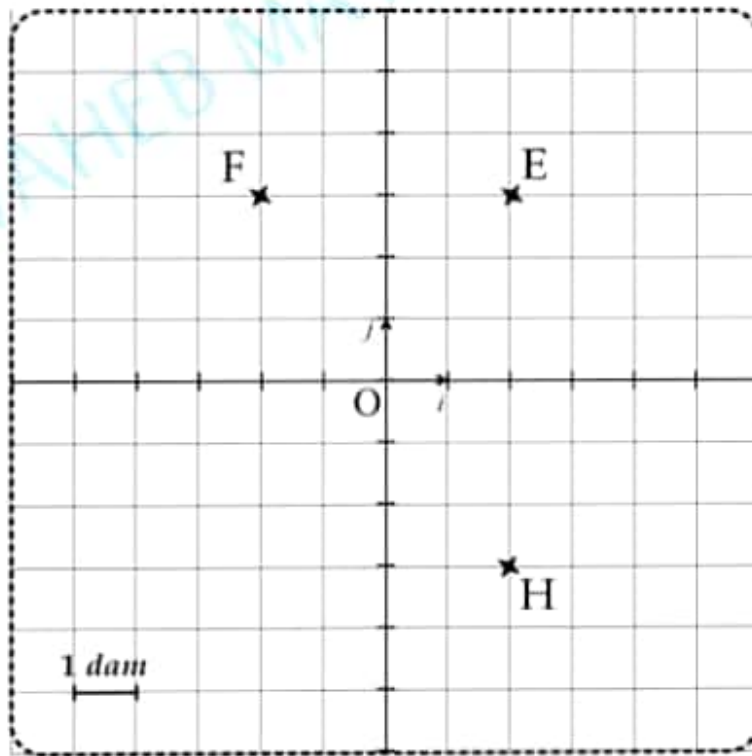
يتم انتقال الطرود داخل المركز بين مختلف المصالح عن طريق روبوتات تتحرك على شبكة مرصوفة مثبتة في سقف المركز (الشكل [02]). المعلم متعامد و متجانس) حيث يتوسط الشبكة مركز التحكم O .

(1) تتموقع في النقط E ، F و H ثلاث روبوتات.

• بيّن طبيعة المثلث الذي تشكله هذه الروبوتات إذا علمت أن: $EF = 4 dam$ و $FH = 2\sqrt{13} dam$

(2) لكثرة الطرود الواردة يتم تشغيل روبوت رابع في الموقع G ، بحيث $\vec{EF} = \vec{HG}$.
 ♦ جد حسابيا احداثيتي الروبوت G .

(3) في معلم متعامد و متجانس مبدؤه O ، عُلِّم مواقع الروبوتات الأربع E, F, G, H .
 ♦ بيِّن أن: $\vec{OH} + \vec{OG} - \vec{EH} = \vec{0}$.



الشكل [02]

الجزء الأول:

(1) تحليل العبارة: $4x^2 - 36$
 $4x^2 - 36 = (2x)^2 - 6^2$

$$4x^2 - 36 = (2x - 6)(2x + 6)$$

(2) إيجاد المساحات التالية:

 S_{ABCD} : مساحة الممرز قبل التوسعة:

$$S_{ABCD} = 5 \times 3$$
 لدينا:

$$S_{ABCD} = 15 \text{ dam}^2$$
 وهذه:

 S_{AEFG} : مساحة الممرز بعد التوسعة:

$$S_{AEFG} = (2x)^2$$

$$S_{AEFG} = 4x^2 \text{ dam}^2$$

 S : المساحة المدفوعة بدلالة x .

$$S = S_{AEFG} - S_{ABCD}$$

$$S = 4x^2 - 15 \text{ dam}^2$$

(3) ببيان أن شركة مدير الممرز يُكتب بمعادلة

$$(ax+b)(qx-b) = 0$$
 من الشكل:

$$S = 21$$
 لدينا:

$$4x^2 - 15 = 21$$
 أي:

$$4x^2 - 15 - 21 = 0$$

$$4x^2 - 36 = 0$$
 أي:

$$(2x - 6)(2x + 6) = 0$$
 وهذه:

$$a = 2 ; b = 6$$

• إيجاد قيم x في هذه الحالة:

$$(2x - 6)(2x + 6) = 0$$
 نحل المعادلة:

$$2x + 6 = 0$$
 إما:

$$2x = -6$$
 أي:

$$x = -3$$
 وهذه: (حل منسوف).

$$2x - 6 = 0$$
 أي:

$$2x = 6$$
 أي:

$$x = 3$$
 وهذه:

لأن قيمة x التي تجعل المساحة المدفوعة 21 هي: 3 dam.

الجزء الثاني:

(1) إيجاد قيم x التي يكون من أجلها العرض الثاني أفضل من العرض الأول:

لدينا: x هو عدد الرزم.

فيكون:

 P_1 : الثمن المدفوع بالعرض الأول هو:

$$P_1 = 500x$$

 P_2 : الثمن المدفوع بالعرض الثاني هو:

$$P_2 = 200x + 6000$$

 P_2 أفضل من P_1 أي: $P_2 < P_1$

$$200x + 6000 < 500x$$
 وهذه:

$$200x - 500x < -6000$$
 أي:

$$-300x < -6000$$

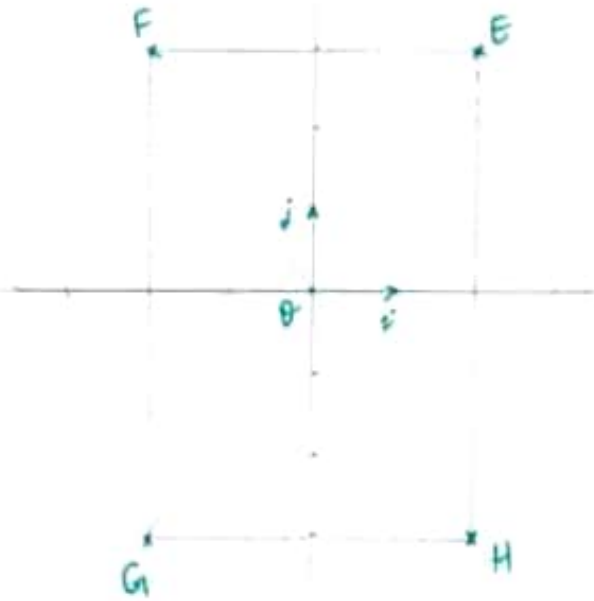
$$\frac{-300x}{-300} > \frac{-6000}{-300}$$

$$x > 20$$
 وهذه:

لأن يكون العرض الثاني أفضل من العرض الأول لما يكون عدد الرزم (x) أكبر من 20.

(2) العرض المناسب للممرز هو العرض الأول لأن $x < 20$.

(3) نعلم النقط E, F, G, H معلوم متعامد ومتجانس:



* تبين أن: $\vec{OH} + \vec{OG} - \vec{EH} = \vec{0}$

$$\begin{aligned}\vec{OH} + \vec{OG} - \vec{EH} &= \vec{OH} + \vec{OG} + \vec{HE} \\ &= \vec{OH} + \vec{HE} + \vec{OG} \\ &= \vec{OE} + \vec{OG} \\ &= \vec{OE} + \vec{EO} \\ &= \vec{0} \\ &= \vec{0}.\end{aligned}$$

الجزء الثالث:
(1) تبين لبيعة المثلث EFH :

نحسب القول EH :

$$EH = \sqrt{(x_H - x_E)^2 + (y_H - y_E)^2} \quad \text{لدينا}$$

$$EH = \sqrt{(2 - (-2))^2 + (-3 - (-2))^2} \quad \text{وضه}$$

$$EH = \sqrt{0^2 + (-6)^2} \quad \text{أي}$$

$$EH = \sqrt{36}$$

$$EH = 6 \text{ dam} \quad \text{اذن}$$

$$FH^2 = (2\sqrt{13})^2 = 4 \times 13 = 52 \quad \text{لدينا}$$

$$EH^2 + EF^2 = 6^2 + 4^2 = 36 + 16 = 52 \quad \text{و}$$

$$FH^2 = EH^2 + EF^2 \quad \text{بما أن:}$$

فإن المثلث EFH قائم في E حسب
عكس خاصية فيثاغورس.

(2) إيجاد إحداثيتي G حسب:

$$\vec{EF} = \begin{pmatrix} -2-2 \\ 3-3 \end{pmatrix} \quad \text{أي} \quad \vec{EF} = \begin{pmatrix} x_F - x_E \\ y_F - y_E \end{pmatrix} \quad \text{لدينا}$$

$$\vec{EF} = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{وضه}$$

نفرض: $G(x; y)$

$$\vec{HG} = \begin{pmatrix} x-2 \\ y+3 \end{pmatrix} \quad \text{أي} \quad \vec{HG} = \begin{pmatrix} x_G - x_H \\ y_G - y_H \end{pmatrix} \quad \text{لدينا}$$

$$\vec{EF} = \vec{HG} \quad \text{بما أن:}$$

فإن:

$$x-2 = -4 \quad \text{أي} \quad x = -4+2 \quad \text{وضه} \quad x = -2$$

$$y+3 = 0 \quad \text{أي} \quad y = -3$$

$$\boxed{G(-2; -3)} \quad \text{اذن}$$