الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية الوادي — متوسطات: المقاطعة الأولى

مستوى: الرابعة متوسط — التاريخ :21 ماي 2019

الاختبار التجريبي في مادة: الرياضيات — المدة: ساعتان

الجزء الأول: (12 نقطة)

التمرين الأول: (03 نقاط)

لتكن الأعداد الحقيقية A , B , C حيث :

$A = 3\sqrt{45} - \sqrt{125} + \sqrt{5}$ ، $B = PGCD(192;264)$ ، $C = \frac{2,64\times10^4}{192\times(10^2)^3}$

1) اكتب العدد A على شكل $a\sqrt{5}$ حيث a عدد طبيعي .

2) احسب العدد B (مبينا مراحل الحساب).

3) أعط الكتابة العلمية للعدد C.

التمرين الثاني: (02,5 نقطة)

E عبارة جبرية حيث : $E = (25x^2 - 4) - (5x + 2)(2x + 3)$

1) انشر وبسط العبارة E .

2) حلّل العبارة $25x^2 - 4$ إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى ثم استنتج تحليلا للعبارة E .

3) حلّ المتراجحة $15x^2 - 19x - 10 \leq 15x^2 + 9$ ثم مثّل حلولها بيانيا .

التمرين الثالث: (03 نقاط) **(وحدة الطول هي السنتيمتر)**

ABC مثلث قائم في A حيث: $\hat{C} = 30^0$ ، $AB = 4$

1) بيّن انّ: $BC = 8$.

2) ارسم المثلث ABC ثمّ أنشئ الدائرة (C) المحيطة به وليكن مركزها O .

- أوجد قيس الزاوية AOB.

3) أنشئ النقطة M حيث : $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AO}$ ثم استنتج الطول BM.

التمرين الرابع : (03,5 نقاط) **(وحدة الطول هي السنتيمتر)**

المستوي مزوّد بمعلم متعامد ومتجانس $(O, \overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OJ})$

1) علّم النقاط : $A(-1;1)$ ، $B(2;4)$ ، $C(5;1)$.

2) احسب الطول AB ثم بيّن أنّ B تنتمي إلى محور قطعة المستقيم $[AC]$ علما أنّ $BC = 3\sqrt{2}$.

3) عيّن حسابيا إحداثيتي النقطة D صورة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BC}$.

4) عيّن إحداثيتي النقطة M مركز تناظر الرباعي $ABCD$.

الجزء الثاني: (8 نقاط)

المسألة :

الجزء الأول :

اشترى احمد من مكتبة كتاب رياضيات وكتاب فيزياء بثمن $450\ DA$

واشترى مالك كتابين للرياضيات وثلاثة كتب للفيزياء بثمن $1100\ DA$

1) جد سعر كتاب الرياضيات وسعر كتاب الفيزياء.

2) قمت بزيارة لهذه المكتبة فصادفتك لافتة كتب عليها تخفيض $25\ \%$ عند شراء مجموعة كتب مؤلفة من 5كتب رياضيات و 5 كتب فيزياء .

إذا علمت أن ثمن كتاب الرياضيات $250DA$ وثمن كتاب الفيزياء $200DA$

- ما هو سعر مجموعة الكتب بعد التخفيض؟

الجزء الثاني:

وضع صاحب المكتبة صيغتين لإعارة الكتب :

الصيغة الأولى : $50\ DA$ لإعارة كتاب واحد .

الصيغة الثانية : $30\ DA$ لإعارة كتاب واحد, مع دفع اشتراك سنوي قدره $200\ DA$.

1) - أ) انقل الجدول التالي على ورقة الإجابة وأكمله:

عدد الكتب المستعارة	5		
المبلغ حسب الصيغة الأولى بـ DA		500	
المبلغ حسب الصيغة الثانية بـ DA			560

- ب) ليكن x عدد الكتب المستعارة , نسمي $f(x)$ المبلغ حسب الصيغة الأولى و $g(x)$ المبلغ حسب الصيغة الثانية.

عبّر عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x .

2) - أ) مثّل بيانيا الدالتين f و g في نفس المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث:

$f(x)=50x$ ، $g(x)=30x+200$

($1cm$ على محور الفواصل يمثّل كتابين و $1cm$ على محور التراتيب يمثّل $100DA$).

- ب) حلّ المعادلة $f(x)=g(x)$, ماذا يمثل حلّ هذه المعادلة ؟

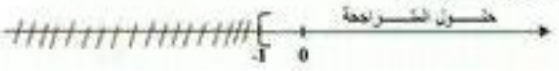
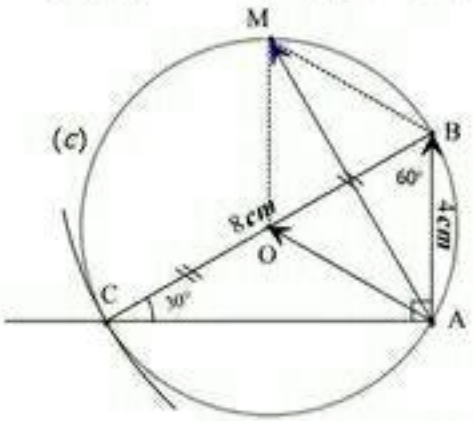
- ج) يستعير أحمد كتابا واحدا كل شهر, ودام على هذا الحال عاما كاملا .

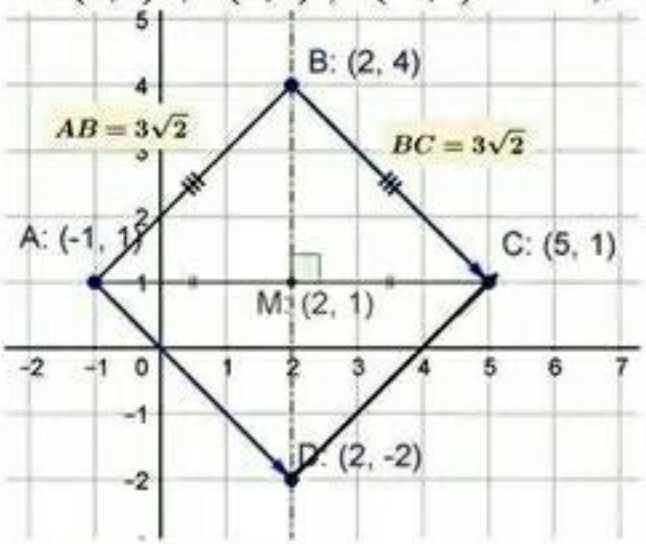
بقراءة بيانية ساعد أحمد على اختيار الصيغة الأفضل له .

أسرة المادة تتمنى لكم التوفيق والنجـــــاح

الحل المقترح للاختبار التجريبي لشهادة التعليم المتوسط

رقم التمرين	عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجملة
التمرين الأول 03 نقاط	1) كتابة العدد A على شكل $a\sqrt{5}$:		
	لدينا : $A = 3\sqrt{45} - \sqrt{125} + \sqrt{5}$		
	$= 3\sqrt{9\times5} - \sqrt{25\times5} + \sqrt{5}$		
	$= 3\times3\sqrt{5} - 5\sqrt{5} + \sqrt{5}$	0.25	
	$= (9-5+1)\sqrt{5}$	0.25	
	إذن $\boxed{A = 5\sqrt{5}}$	0.25	01
	2) حساب العدد B حيث $B = PGCD(192;164)$:	0.25	
	لدينا $264 = 192\times1 + 72$		
	ولدينا $192 = 72\times2 + 48$	0.25	
	ومن جهة أخرى $72 = 48\times1 + 24$	0.25	01
	وأيضا $48 = 24\times2 + 0$	0.25	
	إذن $\boxed{B = 24}$	0.25	
	3) إيجاد الكتابة العلمية للعدد C :		
	لدينا : $C = \frac{2,64\times10^4}{192\times(10^2)^3}$		
	ومنه : $= \frac{2,64\times10^4}{192\times10^6}$	0.25	
	وعليه $= 0,01375\times10^{-2}$	0.25	01
	وبالتالي $= 1,375\times10^{-2}\times10^{-2}$	0.25	
	إذن $\boxed{C = 1,375\times10^{-4}}$	0.25	
التمرين الثاني 2.5 نقاط	1) نشر وتبسيط العبارة E :		
	لدينا $E = (25x^2-4) - (5x+2)(2x+3)$		
	$= (25x^2-4) - (10x^2+15x+4x+6)$	0.25	
	$= 25x^2 - 4 - (10x^2+19x+6)$		0.5
	$= 25x^2 - 4 - 10x^2 - 19x - 6$		
	إذن $\boxed{E = 15x^2 - 19x - 10}$	0.25	
	2) تحليل العبارة $25x^2-4$:		
	لدينا $25x^2 - 4 = (5x)^2 - (2)^2$		
	ومنه $\boxed{25x^2 - 4 = (5x+2)(5x-2)}$	0.25	
	ـ استنتاج تحليل للعبارة E :		
	لدينا $E = (25x^2-4) - (5x+2)(2x+3)$		
	$= (5x+2)(5x-2) - (5x+2)(2x+3)$	0.25	0.75
	$= (5x+2)[(5x-2) - (2x+3)]$	0.25	
	$= (5x+2)(5x-2-2x-3)$		
	إذن $\boxed{E = (5x+2)(3x-5)}$	0.25	

		3) حل المتراجحة $15x^2 - 19x - 10 \leq 15x^2 + 9$ وتمثيل حلولها بيانيا	
	0.25	لدينا $15x^2 - 19x - 10 \leq 15x^2 + 9$ وعليه $15x^2 - 15x^2 - 19x \leq 9 + 10$ يعني $-19x \leq 19$ أي $x \geq \frac{19}{-19}$	
	0.25	وهذا يكافئ $x \geq -1$	
	0.25	إذن حلول المتراجحة هي كل قيم x الأكبر من أوتساوي -1	
	0.25	ـ التمثيل البياني للحلول : 	
		1) حساب الطول BC	
	0.25	في المثلث القائم ABC لدينا : $\sin \widehat{ACB} = \frac{AB}{BC}$	
	0.25	ومنه $BC = \frac{AB}{\sin \widehat{ACB}}$	
	0.25	وبالتعويض نجد : $BC = \frac{4}{\sin 30°}$	
	0.25	وعليه $BC = \frac{4}{0,5}$ وبالتالي : $BC = 8$	التمرين الثالث
		إذن الطول BC يساوي $8cm$	
3	0.5	2) رسم المثلث ABC ثم إنشاء الدائرة ثم إنشاء الدائرة(C) المحيطة به ذات المركز O النقطة O مركز الدائرة (C) هي منتصف الوتر $[BC]$: 	
		ـ إيجاد قيس الزاوية $\widehat{AOB}$:	
	0.25	في الدائرة (C) الزاوية المركزية $\widehat{AOB}$ والزاوية المحيطية $\widehat{ACB}$ تحصران القوس $\widehat{AB}$ ومنه $\widehat{AOB} = 2\,\widehat{ACB}$ وعليه $\widehat{AOB} = 2 \times 30°$	
	0.25	إذن $\widehat{AOB} = 60°$	
	0.5	3) إنشاء النقطة M حيث $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AO}$ لدينا $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AO}$ يعني أن الرباعي $ABMO$ متوازي أضلاع . ـ استنتاج الطول BM :	

		بما أن الرباعي $ABMO$ متوازي أضلاع فإن : $BM = AO$ ....(1) من جهة أخرى لدينا $[AO]$ متوسط متعلق بالوتر $[BC]$ في المثلث القائم ABC	
	0.25	ومنه $AO = \frac{1}{2}BC$ وعليه $AO = \frac{1}{2} \times 8$	
		أي أن : $AO = 4\ cm$ ... (2)	
	0.25	من (1) و (2) نستنتج أن : $BM = 4\ cm$	
		1) تعليم النقاط : $A(-1;1)$, $B(2;4)$, $C(5;1)$.	التمرين الرابع
	0.75		
		2) حساب الطول AB ثمّ تبيين أنّ B تنتمي إلى محور قطعة المستقيم $[AC]$	
3.5	0.25	لدينا : $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$	
	0.25	ومنه : $AB = \sqrt{(2+1)^2 + (4-1)^2}$	
	0.25	وعليه : $AB = \sqrt{18}$ وبالتالي : $AB = 3\sqrt{2}$	
		إذن الطول AB يساوي $3\sqrt{2}\ cm$	
		ـ تبيين أن B تنتمي إلى محور القطعة $[AC]$:	
		بما أن $BC = 3\sqrt{2}$ ولدينا $BA = 3\sqrt{2}$	
	0.25	إذن $BA = BC$ ومنه B تنتمي إلى محور القطعة $[AC]$	
		3) تعيين حسابيا إحداثيتي النقطة D صورة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BC}$.	
		D صورة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BC}$ يعني أن $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$	
		ومنه $\begin{cases} x_D - x_A = x_C - x_B \\ y_D - y_A = y_C - y_B \end{cases}$	
	0.25	بالتعويض نجد : $\begin{cases} x_D - (-1) = 5 - 2 \\ y_D - 1 = 1 - 4 \end{cases}$	
	0.25		
	0.25	وعليه $\begin{cases} x_D + 1 = 3 \\ y_D - 1 = -3 \end{cases}$ وبالتالي $\begin{cases} x_D = 3 - 1 \\ y_D = -3 + 1 \end{cases}$	
		إذن $x_D = 2$ و $y_D = -2$	
	0.25	أي $D(2;-2)$	

4) إيجاد إحداثيتي النقطة M مركز تناظر الرباعي ABCD .

0.5

لدينا $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ ومنه الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع

إذن مركز تناظره هي نقطة تقاطع القطرين أي منتصفهما .

وعليه M منتصف القطر $[AC]$.

0.25

ومنه $\begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_C}{2} \\ y_M = \frac{y_A + y_C}{2} \end{cases}$ أي $\begin{cases} x_M = \frac{-1+5}{2} \\ y_M = \frac{1+1}{2} \end{cases}$

وعليه $\begin{cases} x_M = 2 \\ y_M = 1 \end{cases}$ وبالتالي $M(2;1)$

المسألة

الجزء الأول:

1) إيجاد سعر كتاب الرياضيات وسعر كتاب الفيزياء :

نعتبر ثمن كتاب الرياضيات x وثمن كتاب الفيزياء y .

حل المشكلة يؤول إلى حل الجملة الآتية :

$$\begin{cases} x + y = 450 \dots (1) \\ 2x + 3y = 1100 \dots (2) \end{cases}$$

بضرب طرفي المعادلة (1) في -2 وطرفي المعادلة(2) في 1 وبالجمع نجد :

$$-2x - 2y + 2x + 3y = -2 \times 450 + 1100$$

ومنه $y = -900 + 1100$

وعليه $y = 200$

بالتعويض عن قيمة y في المعادلة (1) نجد :

$$x + 200 = 450$$

ومنه $x = 450 - 200$ أي $x = 250$

إذن حل الجملة هو الثنائية $(250;200)$

ومنه سعر كتاب الرياضيات هو $250DA$

سعر كتاب الفيزياء هو $200\ DA$

2) إيجاد سعر مجموعة الكتب بعد التخفيض :

- حساب سعر المجموعة قبل التخفيض :

$$250 \times 5 + 200 \times 5 = 2250$$

إذن سعر المجموعة قبل التخفيض هو $2250\ DA$.

- ليكن سعر المجموعة بعد التخفيض P

لدينا $P = \left(1 - \frac{25}{100}\right) \times 2250$

ومنه $= 0{,}75 \times 2250$

وعليه $P = 1687{,}5$

إذن سعر المجموعة بعد التخفيض هو $1687{,}5\ DA$.

الجزء الثاني:

1) أ- نقل الجدول وإكماله :

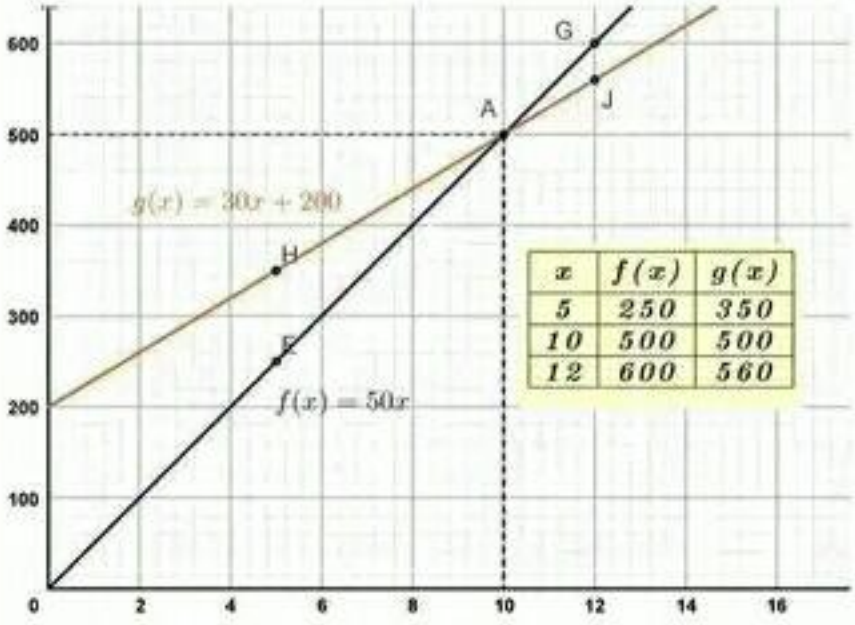
عدد الكتب المستعارة	5	**10**	**12**
المبلغ حسب الصيغة الأولى	**250**	500	**600**
المبلغ حسب الصيغة الثانية	**350**	**500**	560

ب - التعبير عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x .

$$f(x) = 50x$$

$$g(x) = 30x + 200$$

2) أ- التمثيل البياني للدالتين f و g في نفس المعلم المتعامد والمتجانس$(O;\vec{i};\vec{j})$



x	$f(x)$	$g(x)$
5	250	350
10	500	500
12	600	560

ملاحظة : نأخذ بعين الاعتبار كل النقاط المختارة من طرف التلميذ .

ب – حل المعادلة $f(x) = g(x)$

$f(x) = g(x)$ يعني أن $50x = 30x + 200$

أي $50x - 30x = 200$

ومنه $20x = 200$

وعليه $x = \frac{200}{20}$

إذن $x = 10$

- هذا الحل يمثل عدد الكتب التي من أجلها يكون المبلغ المدفوع حسب الصيغة الأولى والمبلغ المدفوع حسب الصيغة الثانية متساويين.

جـ تحديد الصيغة الأفضل بيانيا لشراء 12كتابا.

نرسم عمودا على محور الفواصل عند الفاصلة 12 فيقطع تمثيل الدالة g أولا.

إذن الصيغة الأفضل لاستعارة 12كتابا هي الصيغة الثانية