

الجزء الأول: (12 نقطة)**التمرين الأول: (03 نقاط)**

- (1) احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين: 208 و 117.
- (2) اكتب العدد E على الشكل $a\sqrt{b} + c$ حيث: $E = 2\sqrt{117} - \sqrt{208} + \sqrt{16}$.
- (3) اكتب العدد F كتابة علمية حيث: $F = \frac{62,5 \times (10^{-5})^2 \times 1,2}{0,3 \times 10^{-6}}$.

التمرين الثاني: (03 نقاط)

لتكن العبارة A حيث: $A = (3x - 1)^2 - (x + 2)^2$

- (1) انشر ثم بسط العبارة A.
- (2) حلل العبارة A إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.
- (3) حل المعادلة: $(2x - 3)(4x + 1) = 0$.

التمرين الثالث: (03 نقاط)

لاحظ الشكل المقابل حيث:

$\widehat{AB}$ قوس من دائرة قطرها AB و C نقطة منها

$A \in (CH)$ و $A \in (BM)$

$AM = \frac{3}{4} AB$ ؛ $AB = 6 \text{ cm}$

$CH = 7 \text{ cm}$ ؛ $AC = 4 \text{ cm}$

- (1) بين أن المستقيمان (HM) و (BC) متوازيان.
- (2) احسب القيمة المضبوطة للطول BC.
- (3) احسب قياس الزاوية $\widehat{CBA}$ بالتدوير إلى الوحدة.

التمرين الرابع: (03 نقاط)

في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O, \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ})$ (وحدة الطول هي 1cm) علم النقاط التالية:

$A(4;2)$ ، $B(-3;1)$ ، $C(0;-2)$

(1) إذا علمت أن $AC = 4\sqrt{2}$ و $BC = \sqrt{18}$ ، بين طبيعة المثلث ABC.

(2) أنشئ النقطة D صورة A بالإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BC}$.

(3) احسب احداثيتي النقطة D.

الجزء الثاني: المسألة (8 نقاط):

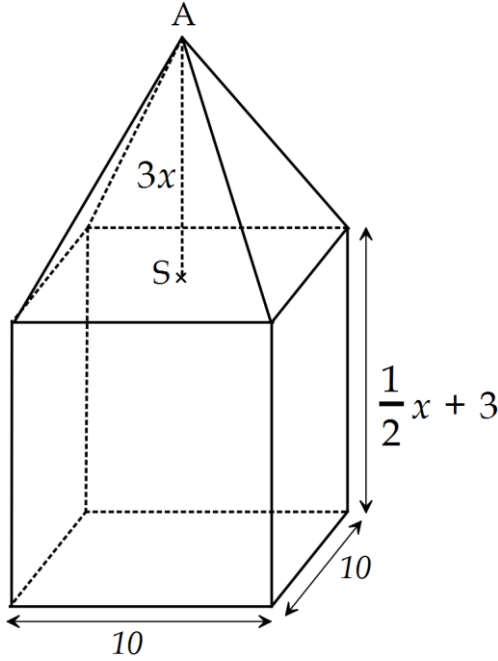
الجزء الأول: يمثل الجدول التالي إحصائية لاستهلاك الفرد اليومي للماء في إحدى البلديات خلال سنة 2016 مقدم من طرف مكتب الموارد المائية:

كمية الماء بالتر Q (L)	$0 < Q < 60$	$60 \leq Q < 120$	$120 < Q \leq 180$
عدد السكان	700	1950	5850

- (1) جد معدل استهلاك الفرد اليومي للماء.
بعد تسلم مسؤولي البلدية للإحصائية قرروا تنظيم حملة توعوية لترشيد الاستهلاك، فكان اثرها واضحا في السنة الموالية حيث انخفض الاستهلاك بـ 21%.
- (2) جد معدل استهلاك الفرد اليومي للماء خلال سنة 2017.

الجزء الثاني:

لوجود عجز في التزود بالماء قرر المسؤولون بناء خزان مائي يتكون من مجسمين متوازي مستطيلات و هرم منتظم ارتفاعه $AS=3x$ حيث x عدد حقيقي موجب، وحدة الطول هي المتر m كما يبينه الشكل المقابل:



- f دالة ترفق العدد x بحجم متوازي المستطيلات.

- g دالة ترفق العدد x بحجم الهرم.

(1) جد عبارتي الدالتين f و g بدلالة x و أذكر نوعيهما.

تذكير: حجم هرم منتظم = ثلث جداء مساحة قاعدته و ارتفاعه.

حجم متوازي مستطيلات = جداء أبعاده.

(2) أنقل الجدول التالي ثم أتممه:

...	2	قيم x
...	...	حجم متوازي المستطيلات $f(x)$
400	...	حجم الهرم $g(x)$

(3) على ورقة مليمتريه و في معلم متعامد و متجانس أرسم المستقيمين التاليين :

(D_1) معادلته: $y=100x$ و (D_2) معادلته: $y=50x+300$

(على محور الفواصل نأخذ $1cm$ لكل $1m$ ، وعلى محور الترتيب نأخذ $1cm$ لكل $100 m^3$).

(4) بالاعتماد على التمثيل البياني، قارن بين حجم متوازي المستطيلات و حجم الهرم مع الشرح.

الجزء الثالث:

نهتم في هذا الجزء بدراسة الجزء العلوي للخزان (الهرم) و نأخذ $AS=6m$.

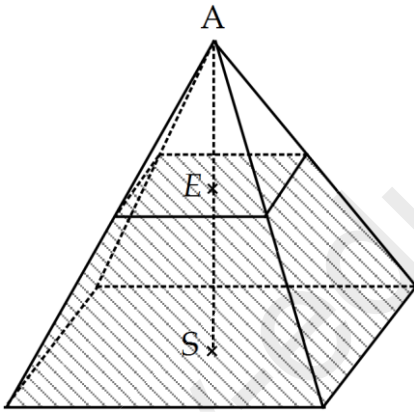
بعد دخول الخزان حيز الخدمة يتم ملؤه بالماء حتى يصل مستوى النقطة E

حيث: $ES=4m$ ، فيكون الجزء الفارغ من الهرم هو تصغير له بمعامل k .

(1) بين أن $k = \frac{1}{3}$.

(2) جد حجم الجزء الفارغ من الخزان.

ملاحظة: تُدور النتائج غير المضبوطة إلى الوحدة



الإجابة المقترحة للاختبار التجريبي لشهادة التعليم المتوسط - الرياضيات - 2018

تنقيط	عناصر الإجابة	تنقيط	عناصر الإجابة
01	(3) حل المعادلة: $(2x-3)(4x+1)=0$ معناه: أو $4x+1=0 \quad 2x-3=0$ $4x=-1 \quad 2x=3$ $x=-\frac{1}{4} \quad x=\frac{3}{2}$ للمعادلة حلان هما $-\frac{1}{4}$ و $\frac{3}{2}$ <u>حل التمرين الثالث:</u> (1) تبيان أن $(BC) \parallel (HM)$: لدينا: $AM = \frac{3}{4} AB$ ومنه: $\frac{AM}{AB} = \frac{3}{4}$ و لدينا: $\frac{AH}{AC} = \frac{7-4}{4} = \frac{3}{4}$ بما أن: $\frac{AM}{AB} = \frac{AH}{AC}$ والنقط C, A, H بنفس ترتيب النقط: B, A, M فإن $(BC) \parallel (HM)$ حسب النظرية العكسية لطالس (2) حساب القيمة المضبوطة لـ BC: لدينا: المثلث ABC قائم في C لأنه محاط بدائرة و ضلعه $[AB]$ قطر لها، حسب نظرية فيثاغورس فإن: $AB^2 = AC^2 + BC^2$ $6^2 = 4^2 + BC^2$ $36 = 16 + BC^2$ $BC^2 = 20$ $BC = \sqrt{20} \text{ cm}$ (3) حساب قياس الزاوية $\widehat{CBA}$: في المثلث ABC لدينا: $\widehat{CBA} = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{6} \approx 0,6667$ باستعمال آلة حاسبة نجد: $\widehat{CBA} \approx 42^\circ$	01	<u>حل التمرين الأول:</u> (1) حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 208 و 117: $208 = 117 \times 1 + 91$ $117 = 91 \times 1 + 26$ $91 = 26 \times 3 + 13$ $26 = 13 \times 2 + 00$ ومنه: $\text{PGCD}(208; 117) = 13$ (2) كتابة العدد E على الشكل $a\sqrt{b} + c$: $E = 2\sqrt{117} - \sqrt{208} + \sqrt{16}$ $= 2\sqrt{9 \times 13} - \sqrt{16 \times 13} + 4$ $= 2 \times 3\sqrt{13} - 4\sqrt{13} + 4$ $= 2\sqrt{13} + 4$ (3) كتابة العدد F كتابة علمية حيث: $F = \frac{62,5 \times (10^{-5})^2 \times 1,2}{0,3 \times 10^{-6}}$ $= \frac{75}{0,3} \times \frac{10^{-5 \times 2}}{10^{-6}}$ $= 250 \times 10^{-10+6}$ $= 2,5 \times 10^{+2} \times 10^{-4}$ $= 2,5 \times 10^{-2}$ <u>حل التمرين الثاني:</u> (1) انشر ثم تبسيط العبارة A: $A = (3x-1)^2 - (x+2)^2$ $= (3x)^2 - 2 \times 3x \times 1 + 1^2 - (x^2 + 2 \times x \times 2 + 2^2)$ $= 9x^2 - 6x + 1 - x^2 - 4x - 4$ $= 8x^2 - 10x - 3$ (2) تحليل العبارة A إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى: $A = (3x-1)^2 - (x+2)^2$ $= [(3x-1) - (x+2)][(3x-1) + (x+2)]$ $= (3x-1-x-2)(3x-1+x+2)$ $= (2x-3)(4x+1)$

حل المسألة:
الجزء الأول:

(1) حساب M معدل استهلاك الفرد اليومي للماء:

$$M = \frac{\left(\frac{0+60}{2}\right) \times 700 + \left(\frac{120+60}{2}\right) \times 1950 + \left(\frac{180+120}{2}\right) \times 5850}{700+1950+5850}$$

$$M = \frac{1074000}{8500}$$

$$M \approx 126L$$

(2) حساب M' معدل استهلاك الفرد اليومي للماء خلال سنة 2017:

$$M' = \left(1 - \frac{P}{100}\right)M$$

$$M' = \left(1 - \frac{21}{100}\right)126$$

$$M' = 0,79 \times 126$$

$$M' \approx 100L$$

الجزء الثاني:

(1) ايجاد عبارتي f و g:

$$f(x) = 10 \times 10 \times \left(\frac{1}{2}x + 3\right)$$

$$f(x) = 100 \times \left(\frac{1}{2}x + 3\right)$$

$$f(x) = 50x + 300$$

$$g(x) = \frac{10 \times 10 \times 3x}{3}$$

$$g(x) = \frac{300x}{3}$$

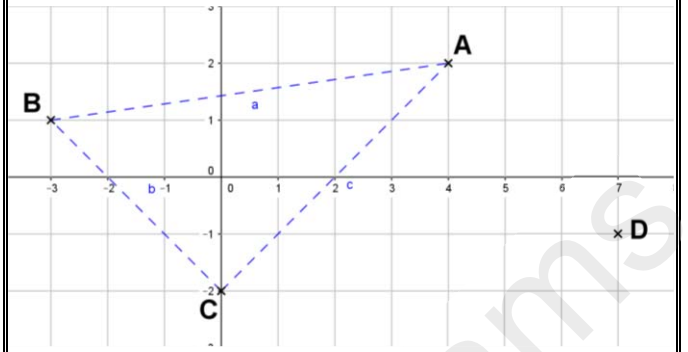
$$g(x) = 100x$$

(2) نقل و اتمام الجدول:

400 ÷ 100 = 4	2	قيم x (m)
50 × 4 + 300 = 500	50 × 2 + 300 = 400	حجم متوازي المستطيلات (m³)
400	100 × 2 = 200	حجم الهرم (m³)

حل التمرين الرابع:

(1) تعليم النقط A، B، و C:



(2) تبيان طبيعة المثلث ABC:
نحسب الطول AB:

$$AB = \sqrt{(-3-4)^2 + (1-2)^2}$$

$$AB = \sqrt{(-7)^2 + (-1)^2}$$

$$AB = \sqrt{50}$$

لدينا:

$$AB^2 = (\sqrt{50})^2 = 50$$

$$AC^2 + BC^2 = (4\sqrt{2})^2 + (\sqrt{18})^2$$

$$AC^2 + BC^2 = 16 \times 2 + 18 = 50$$

بما أن $AB^2 = AC^2 + BC^2$ فإن المثلث ABC قائم في C حسب النظرية العكسية لفيثاغورس.

(3) انشاء النقطة D

(4) حساب احداثيتي D:

نفرض $D(x, y)$ ، لدينا $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ أي للشعاعان نفس المركبتين:

$$\overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} x_D - x_A \\ y_D - y_A \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} x - 4 \\ y - 2 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} 0 - (-3) \\ -2 - 1 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}$$

ومنه : $x - 4 = 3$ أي $x = 7$

و $y - 2 = -3$ أي $y = -1$

اذن : $D(7 ; -1)$

(2) حساب V' حجم الجزء الفارغ من الخزان (الهرم المصغر):
ليكن V حجم الهرم الكبير
ومنه:

$$V' = V \times k^3$$

$$V' = \frac{10 \times 10 \times 6}{3} \times \left(\frac{1}{3}\right)^3$$

$$V' = \frac{600}{3} \times \frac{1}{27}$$

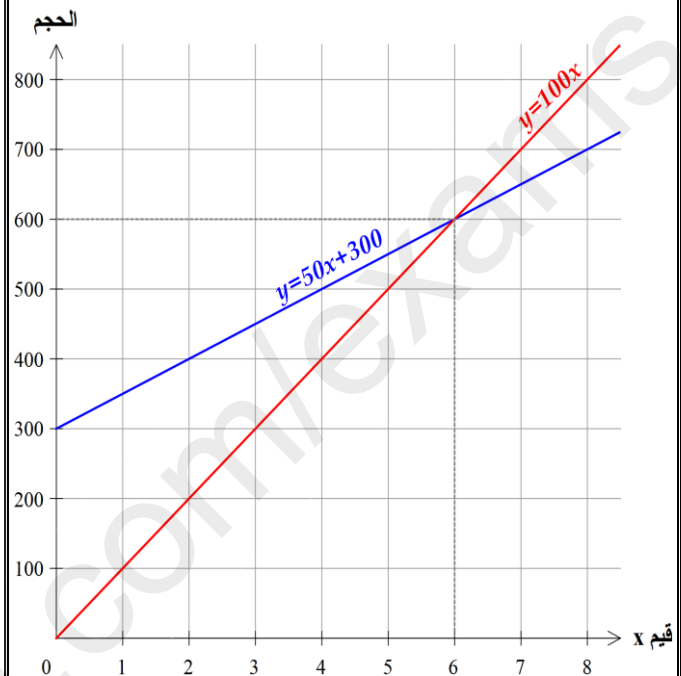
$$V' = \frac{600}{27}$$

$$V' \approx 7m^3$$

(3) رسم المستقيمين (D_1) و (D_2) :

$(D_2) : y = 50x + 300$		
x	0	2
y	300	400
(x, y)	(0; 300)	(2; 400)

$(D_1) : y = 100x$		
x	0	4
y	0	400
(x, y)	(0; 0)	(4; 400)



(4) مقارنة حجمي الجسمين بيانيا:

لما $x < 6$: يكون حجم الهرم أقل من حجم متوازي المستطيلات.

لما $x = 6$: يكون حجم الهرم يساوي حجم متوازي المستطيلات.

لما $x > 6$: يكون حجم الهرم أكبر من حجم متوازي المستطيلات.

الجزء الثاني:

(1) تبين أن $k = \frac{1}{3}$:

لدينا AS ارتفاع الهرم الكبير هو 6m
و AE ارتفاع الهرم المصغر هو: 2m

$$\text{لأن: } 6 - 4 = 2$$

ومنه:

$$AE = k \times AS$$

$$k = \frac{AE}{AS} = \frac{2}{6}$$

$$k = \frac{1}{3}$$