

الجزء الأول: (12 نقطة)

التمرين الأول: (03 نقاط)

ليكن العددين الحقيقيين A و B حيث: $A = \sqrt{2}(3 + \sqrt{2}) + \sqrt{50} - 6$ ؛ $B = \frac{4 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

(1) بين أن: $A = 8\sqrt{2} - 4$.

(2) اكتب النسبة B بمقام ناطق.

(3) بين صحة المساواة: $2B = \frac{1}{2}A$.

التمرين الثاني: (03 نقاط)

لتكن العبارة M حيث: $M = (2x - 3)^2 - 4 + 8(2x - 1)$

(1) انشر ثم بسط العبارة M.

(2) حل العبارة $(2x - 3)^2 - 4$ ثم استنتج تحليلا للعبارة M.

(3) حل المعادلة: $(2x + 3)(2x - 1) = 0$.

التمرين الثالث: (03 نقاط)

تمعن في الشكل المقابل حيث وحدة الطول هي cm و القياسات غير حقيقية:

(1) احسب الطولين AC و AF.

(2) برهن أن المستقيمين (BC) و (AE) متوازيين

إذا علمت أن $\frac{FE}{FB} = \frac{2}{4}$

التمرين الرابع: (03 نقاط)

في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O, \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ})$ (وحدة الطول هي 1cm) علم النقط التالية:

A(0;3) ، B(3;3) ، C(2;-1) ، D(-1;-1)

(1) برهن أن الرباعي ABCD هو متوازي أضلاع.

(2) احسب احداثيتي النقطة E مركز الرباعي ABCD .

(3) علم النقطة M حيث: $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{CA}$

الجزء الثاني: (8 نقاط)

المسألة:

في اطار تجديد المرافق العامة لبلدية متوسة، تمت دراسة مشروع انجاز مقر جديد للمكتبة العمومية.

الجزء الأول:

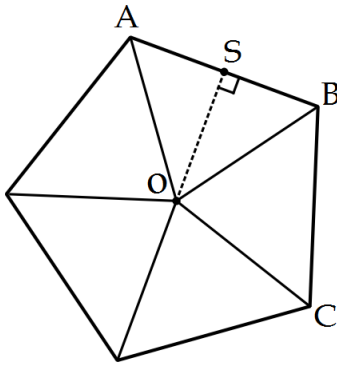
الشكل المقابل (مضلع منتظم) يمثل مخطط الأرضية لهذه المكتبة:

حيث: $OS=10m$

(1) جد قياس الزاوية التي يشكلها كل جدارين متتاليين.

(2) جد مساحة الأرض اللازمة لبناء هذه المكتبة.

ملاحظة: تُدور النتائج غير المضبوطة إلى 10^{-1}



الجزء الثاني:

بعد اتمام بناء المقر الجديد، تدعمت المكتبة بكتب جديدة منها الأدبية و منها العلمية، حيث ضعف مجموع عدد الكتب الأدبية و عدد الكتب العلمية هو 500، و فرق عدديهما هو 90.
♦ جد عدد الكتب من كل صنف.

الجزء الثالث:

يقترح مدير المكتبة صيغتين لإعارة الكتب:

الصيغة الأولى لغير المنخرطين: 15DA لكل كتاب مستعار.

الصيغة الثانية للمنخرطين: دفع اشتراك سنوي قدره 300 DA بالإضافة إلى 5DA لكل كتاب مستعار.

(1) انقل و أتمم الجدول التالي:

عدد الكتب المستعارة خلال السنة	10	...	...
الثمن بالصيغة الأولى (DA)	...	450	...
الثمن بالصيغة الثانية (DA)	...	...	500

(2) نضع x عدد الكتب المستعارة في السنة، و $f(x)$ ثمن الاستعارة بالصيغة الأولى، و $h(x)$ ثمن الاستعارة بالصيغة الثانية.

• عبر بدلالة x عن كل من $f(x)$ و $h(x)$ ، ما نوع كل من الدالتين f و g ؟

(3) في معلم متعامد ومتجانس مثل الدالتين f و h (نضع : كل $1cm$ على محور الفواصل يمثل 10 كتب، و كل $1cm$ على محور الترتيب يمثل 150DA).

• حدّد من البيان الصيغة الأكثر فائدة للقارئ مع الشرح.

الإجابة النموذجية للاختبار التجريبي لشهادة التعليم المتوسط في مادة الرياضيات 2016\2017

العلامة الكاملة	العلامة الجزئية	عناصر الإجابة
03		حل التمرين الأول:
		(1) تبيان أن $A = 8\sqrt{2} - 4$:
	0,5 0,25 0,25	$A = \sqrt{2}(3 + \sqrt{2}) + \sqrt{50} - 6$ $= 3\sqrt{2} + 2 + \sqrt{25 \times 2} - 6$ $= 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 4$ $= 8\sqrt{2} - 4$
	0,5 0,5	(2) كتابة النسبة B بمقام ناطق:
		$B = \frac{4 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ $= \frac{(4 - \sqrt{2})\sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$ $= \frac{4\sqrt{2} - 2}{2}$
03		(3) تبيان أن $2B = \frac{1}{2}A$:
	0,5 0,5	$2B = 2 \left(\frac{4\sqrt{2} - 2}{2} \right) = 4\sqrt{2} - 2 \dots\dots\dots (1)$ $\frac{1}{2}A = \frac{1}{2}(8\sqrt{2} - 4) = \frac{8\sqrt{2}}{2} - \frac{4}{2} = 4\sqrt{2} - 2 \dots\dots\dots (2)$ من (1) و (2) نجد المساواة $2B = \frac{1}{2}A$ محققة .
		حل التمرين الثاني:
		(1) نشر وتبسيط العبارة M:
	0,5 0,5	$M = (2x - 3)^2 - 4 + 8(2x - 1)$ $= 4x^2 + 9 - 12x - 4 + 16x - 8$ $= 4x^2 + 4x - 3$
03		(2) تحليل العبارة $(2x - 3)^2 - 4$:
	0,5	$(2x - 3)^2 - 4 = (2x - 3)^2 - 2^2$ $= (2x - 3 - 2)(2x - 3 + 2)$ $= (2x - 5)(2x - 1)$
		استنتاج تحليل للعبارة M:
	0,5	$M = (2x - 3)^2 - 4 + 8(2x - 1)$ $= (2x - 5)(2x - 1) + 8(2x - 1)$ $= (2x - 1)(2x - 5 + 8)$ $= (2x - 1)(2x + 3)$

(3) حل المعادلة M=0:

معناه : $2x+3=0$ و منه $2x=-3$ إذن : $x=-\frac{3}{2}$

أو : $2x-1=0$ و منه $2x=1$ إذن : $x=\frac{1}{2}$

للمعادلة حلان هما $-\frac{3}{2}$ و $\frac{1}{2}$.

حل التمرين الثالث:

(1) - حساب الطول AC:

لدينا المثلث ABC قائم في B ، حسب نظرية فيثاغورس نجد:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC^2 = 60^2 + 45^2$$

$$AC^2 = 5625$$

$$AC = \sqrt{5625}$$

$$AC = 75$$

الطول AC يساوي 75 cm

- حساب الطول AF:

لدينا في المثلث ABC : $(BC) \parallel (GF)$ لأنهما عموديان على نفس المستقيم (AB) حسب نظرية طالس نجد :

$$AF = \frac{75 \times 15}{45} \quad \text{و منه} \quad \frac{AF}{75} = \frac{15}{45} \quad \text{بالتعويض} \quad \frac{AF}{AC} = \frac{AG}{AB} = \frac{FG}{BC}$$

$$AF = 25 \text{ cm} \quad \text{إذن :}$$

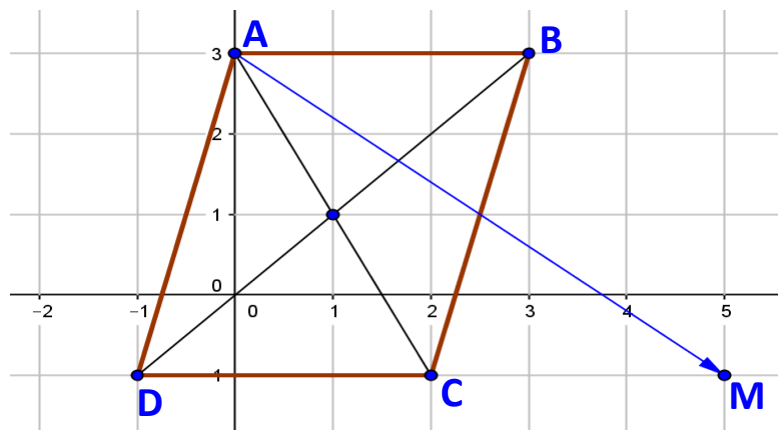
(2) اثبات أن $(BC) \parallel (AE)$:

$$\frac{FA}{FC} = \frac{25}{75-25} = \frac{25}{50} = \frac{1}{2} \quad \text{و} \quad \frac{FE}{FB} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad \text{لدينا:}$$

بما أن $\frac{FE}{FB} = \frac{FA}{FC}$ و النقط A ، F ، C بنفس ترتيب النقط E ، F ، B فإن النظرية العكسية لنظرية طالس. $(BC) \parallel (AE)$ حسب

حل التمرين الرابع:

(1) تعليم النقط A(0;3) ، B(3;3) ، C(2;-1) ، D(-1;-1).



03	01	(2) برهان أن الرباعي ABCD متوازي أضلاع: لكي يكون الرباعي ABCD متوازي أضلاع يجب أن يكون فيه شعاعين متساويين، نختار $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ و نتحقق من المساواة بالحسابات: $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3-0 \\ 3-3 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{DC} \begin{pmatrix} x_D - x_C \\ y_D - y_C \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{DC} \begin{pmatrix} 2-(-1) \\ -1-(-1) \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{DC} \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$
		إذن الرباعي ABCD متوازي أضلاع (3) حساب إحداثيتي E مركز تناظر الرباعي: معناه E منتصف احد القطرين وليكن [AC]: $E \left(\frac{x_A + x_C}{2}; \frac{y_A + y_C}{2} \right)$ $E \left(\frac{0+2}{2}; \frac{3+(-1)}{2} \right)$ $E(1;1)$
		(4) تعليم النقطة M بحيث $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{CA}$: $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{CA}$ $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ باستخدام العلاقة : $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ (قاعدة متوازي الأضلاع) ننشئ النقطة M على المعلم و نجد بقراءة بيانية نجد $M(5; -1)$ حل المسألة:
		الجزء الأول: (1) إيجاد قيس الزاوية التي يشكلها جدارين متتاليين أي $\widehat{ABC}$: أولاً نجد قيس الزاوية المركزية $\widehat{AOB}$ $\widehat{ABO} = \frac{180 - 72}{2} = 54 \quad \text{ومنه} \quad \widehat{AOB} = \frac{360}{5} = 72$ $\widehat{ABC} = \widehat{ABO} \times 2 = 54 \times 2 = 108^\circ \quad \text{ومنه}$ إذن قيس الزاوية التي يشكلها كل جدارين متتاليين هي 108° (2) إيجاد مساحة القطعة الأرضية: معناه إيجاد S_t مساحة الخماسي: $S_t = S_{ABC} \times 5$ $S_{ABC} = \frac{AB \times OS}{2}$ $AB = 2SB$ $\tan ABO = \frac{OS}{SB}$ حيث : $SB = \frac{OS}{\tan 54} = \frac{10}{\tan 54} \approx 7,3$

ومنه : $AB = 2 \times 7,3 \approx 14,6 \text{ cm}$

$$S_{ABC} = \frac{AB \times SO}{2} = \frac{14,6 \times 10}{2} = 73 \text{ m}^2 \quad \text{نجد :}$$

$$S_t = S_{ABC} \times 5 = 73 \times 5 = 365 \text{ m}^2 \quad \text{إذن}$$

مساحة القطعة الأرضية هي 365 m^2

الجزء الثاني:

نفرض عدد الكتب الأدبية هو x

و عدد الكتب العلمية هو y

فيكون :

$$\begin{cases} 2(x + y) = 500 \\ x - y = 90 \end{cases}$$

ومنه

$$\begin{cases} x + y = 250 \quad \dots (1) \\ x - y = 90 \quad \dots (2) \end{cases}$$

بجمع (1) و (2) طرفا لطرف نجد:

$$2x = 340 \quad \text{و منه } x = 170$$

بتعويض قيمة x في المعادلة (2) نجد

$$y = 80 \quad \text{و منه } 170 - y = 90$$

إذن: عدد الكتب الأدبية هو: 170 كتاب

و عدد الكتب العلمية هو : 80 كتاب

الجزء الثالث:

(1) إتمام الجدول:

عدد الكتب المعارة خلال السنة	10	30	40
التمن بـ DA	150	450	600
التمن بـ DA	350	450	500

(2) التعبير بدلالة x عن كل من $f(x)$ و $h(x)$:

$$f(x) = 15x \quad \text{دالة خطية}$$

$$g(x) = 5x + 300 \quad \text{دالة تآلفية}$$

(3) تمثيل الدالتين f و g بيانيا:

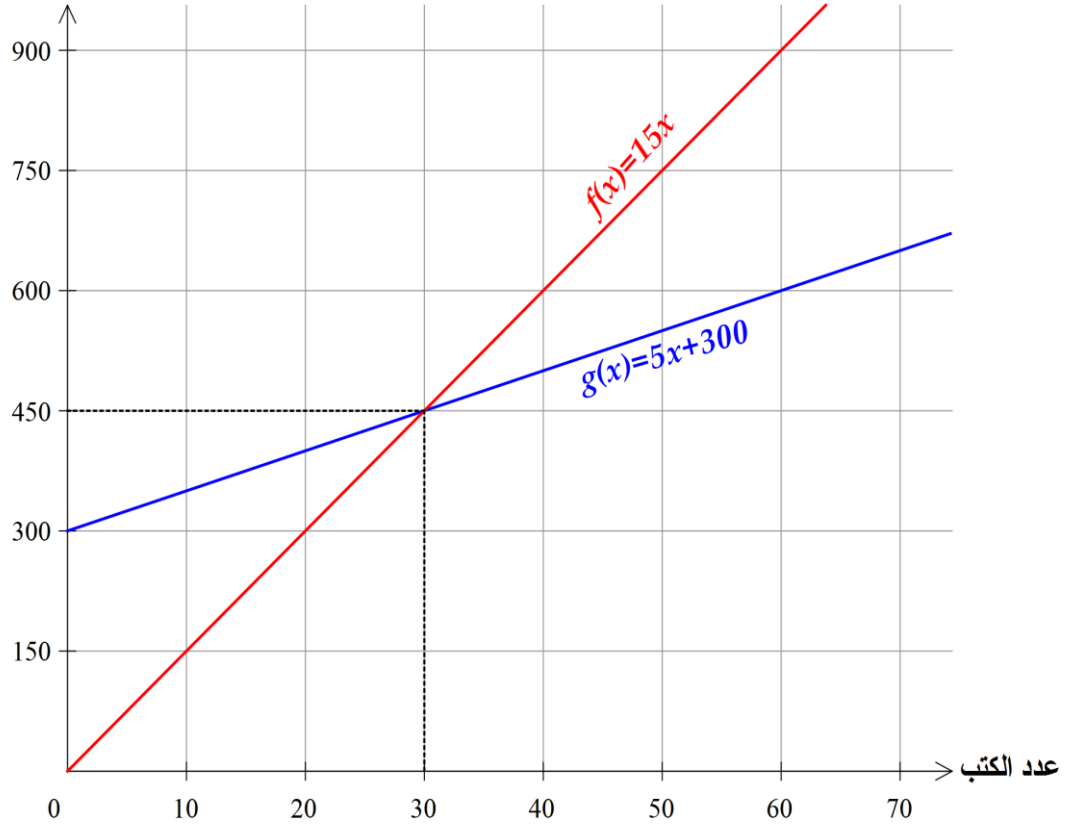
x	0	30
$g(x)$	300	450

x	0	30
$f(x)$	0	450

بالنسبة للدالة f نعلم النقطتين: $(0; 0)$ ، $(30; 450)$

و بالنسبة للدالة g نعلم النقطتين: $(0; 300)$ ، $(30; 450)$

ثمن الإعارة (DA)



• تحديد الصيغة الأكثر فائدة للقارئ بيانياً:

لما يكون عدد الكتب المعارة:

$0 < x < 30$: على القارئ اختيار الصيغة الأولى لأن تمثيلها البياني يقع أسفل التمثيل البياني للصيغة الثانية وبالتالي يكون أقل تكلفة.

$x > 30$: على القارئ اختيار الصيغة الثانية لأن تمثيلها البياني يقع أسفل التمثيل البياني للصيغة الأولى وبالتالي يكون أقل تكلفة .

و لهذا يمكن القول أن التكلفة الجيدة مرتبطة بعدد الكتب المراد استعارتها

شبكة تصحيح المسألة

السؤال	المعيار	المؤشرات	سلم التنقيط	العلامة الجزئية	العلامة النهائية
الجزء الأول	1م	- توظيف عملية القسمة لحساب الزاوية المركزية. - توظيف عملية الجمع لحساب الزاوية $\widehat{ABC}$. - توظيف نسبة مثلثية لحساب AB. - توظيف قانون حساب مساحة مثلث. - توظيف عملية الضرب لحساب مساحة الأرضية.	0.25 إن وُفق في مؤشر واحد. 0.5 إن وُفق في مؤشرين. 01 إن وُفق في ثلاث مؤشرات على الأقل.	1	02
	2م	- قيس الزاوية المركزية صحيح. - قيس الزاوية $\widehat{AB}$ صحيح وفق القيم المحسوبة. - الطول AB صحيح وفق القيم المحسوبة. - مساحة المثلث AOB صحيحة وفق القيم المحسوبة. - مساحة الخماسي صحيحة وفق القيم المحسوبة.	0.25 إن وُفق في مؤشر واحد. 0.5 إن وُفق في مؤشرين. 01 إن وُفق في ثلاث مؤشرات على الأقل.	1	
الجزء الثاني	1م	- ترميز عددي الصنفين بحرفين. - وضع جملة معادلتين - توظيف إحدى طريقتي حل جملة.	0.5 إن وُفق في مؤشر واحد 01 إن وُفق في مؤشرين على الأقل	01	02
	2م	- الجملة المعبرة عن المجهولين صحيحة. - حل الجملة صحيح وفق القيم المختارة.	0.5 إن وُفق في مؤشر واحد 01 إن وُفق في مؤشرين	01	
الجزء الثالث	1م	- توظيف العمليات الأربع في اتمام الجدول. - التعبير عن الصيغتين بعبارتين حرفيتين - انشاء مستقيمين ممثلين للدالتين - تحديد مجالين يبينان افضلية كل صيغة.	0.5 إن وُفق في مؤشر واحد. 01 إن وُفق في مؤشرين. 1,5 إن وُفق في ثلاث مؤشرات على الأقل.	01,5	03
	2م	- قيم الجدول صحيحة. - عبارتي الدالتين الخطية و التآلفية صحيحتين. - التمثيل البياني للدالتين صحيح. - تحديد الصيغة المناسبة صحيح وفق مجالين.	0.5 إن وُفق في مؤشر واحد. 01 إن وُفق في مؤشرين. 1,5 إن وُفق في ثلاث مؤشرات على الأقل.	01,5	
كل المسألة	3م	- تسلسل خطوات الحل منطقي - وحدة القياس محترمة - التصريح بالإجابة	0,25 إن وُفق في مؤشر واحد 0,5 إن وُفق في مؤشرين على الأقل	0,5	01
	4م	- الكتابة مقروءة - لا يوجد تشطيطات - تأطير النتائج	0,25 إن وُفق في مؤشر واحد 0,5 إن وُفق في مؤشرين على الأقل	0,5	

المعايير:

1م : التفسير السليم للوضعية

2م : الإستعمال السليم للأدوات

3م : الانسجام

4م : الإتقان