إمتحان تجريبي لشهادة التعليم المتوسط في مادة الرياضيات

متوسطة عين عائشة + متوسطة بن شعبان(اختبارموحد) المدة : ساعتان دورة ماي 2016

التمرين الأول: (3 نقاط)

1)~ أوجد $PGCD(2016; 1980)$.

2)~ a و b عددان حقيقيان حيث : $a = (3+\sqrt{7})^2$ ، $b = 2\sqrt{16+6\sqrt{7}} - \sqrt{28}$.

~ أنشر وبسط العدد a .

3)~ استنتج تبسيطًا للعدد b .

4)~ حل المتراجحة الأتية : $2x + 6\sqrt{7} \geq a$.

التمرين الثاني: (3 نقاط)

1)~ أنشر ثم بسط العبارة M حيث : $M = 2(x-1)(3x+2)$.

2)~ حلّل العبارة S الى جداء عاملين حيث : $S = 6x^2 - 2x - 4 - (x-5)(3x+2)$.

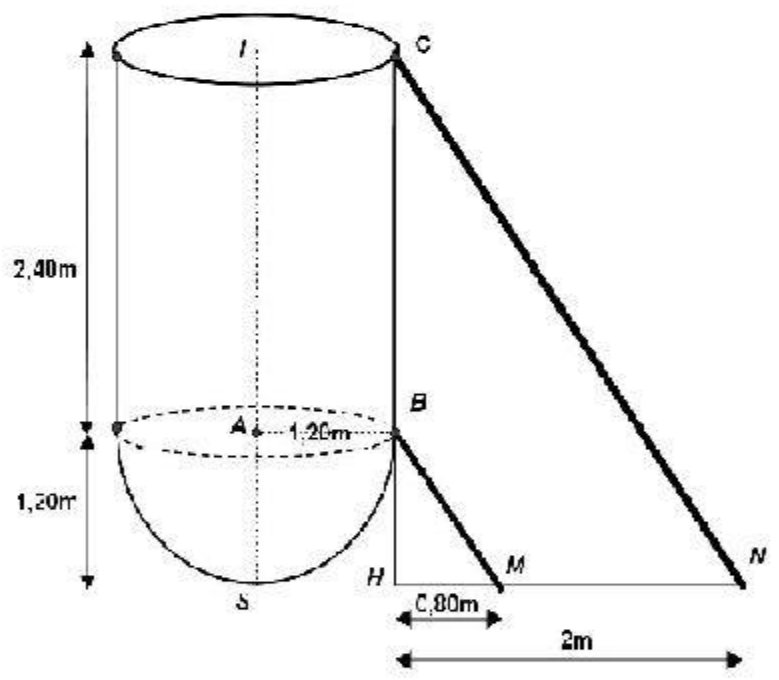
3)~ حل المعادلة الأتية : $(3x+2)(x+3) = 0$.

التمرين الثالث: (3 نقاط)

مخزن للحبوب مملوء بالقمح على شكل نصف كرة تعلوها اسطوانة

كما هو موضح في الشكل المقابل :

حيث $AB = 1,20m$ ، $AI = 2,40m$.



1)~ أحسب سعة المخزن (علمًا أن حجم الكرة هو $\frac{4}{3}\pi r^3$ و $\pi \approx 3,14$)

2)~ بعد فترة إنخفض مستوى القمح بـ 40% .

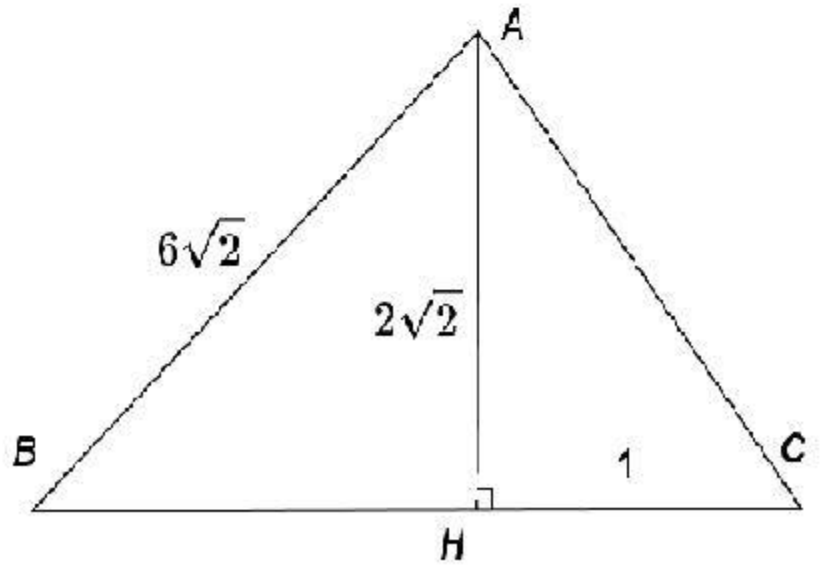
~ كم أصبح حجم القمح في المخزن .

3)~ لصيانة المخزن وضعنا عليه سلمين ممثلين بالقطعتين [BM] و[CN]

حيث $HN = 2m$ ، $HM = 0,80m$.

~ هل السلمان في وضعية توازي ؟ برّر اجابتك .

التمرين الرابع: (3 نقاط)



لاحظ الشكل المقابل جيّدًا حيث : ABC مثلث ،

[AH] الإرتفاع المتعلق بالضلع [BC]

و $AB = 6\sqrt{2}$ ، $HC = 1$ ، $AH = 2\sqrt{2}$.

1)~ بيّن أن : $AC = 3$ و $BH = 8$.

2)~ برهن أن : $\sin \widehat{B} = \cos \widehat{C}$.

3)~ أثبت أن المثلث ABC قائم في A .

المسألة: (الوضعية الإدماجية) (8 نقاط)

تنطلق سيارة V_1 من مدينة بئر التوتة نحو مدينة عين الدفلى مرورًا ببوفاريك ، و تنطلق سيارة V_2 من مدينة بوفاريك نحو مدينة عين الدفلى في نفس اللحظة .

ملاحظة :

الحركة منتظمة للسيارتين وتسيران في نفس الطريق .

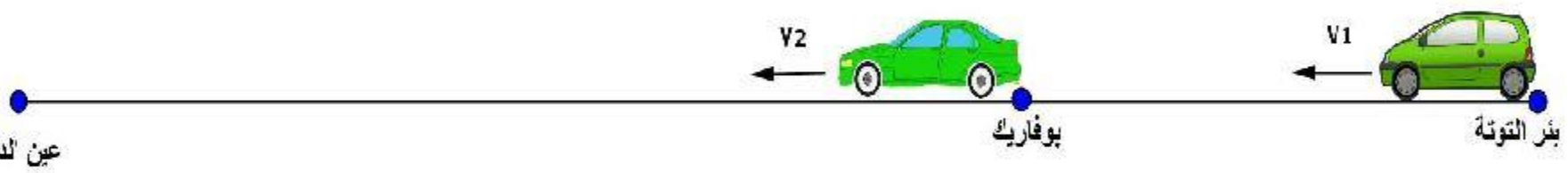
الجزء الأول:

1)~أ~ ماهي المسافة التي تقطعها كل سيارة للوصول الى عين الدفلى ؟

ب~ ماهي المدة المستغرقة لكل سيارة ؟

2)~ أحسب السرعة المتوسطة لكل سيارة بـ km/h.

3)~ ماهي المسافة الفاصلة بين السيارتين عند الإنطلاق ؟



الجزء الثاني :

نسمي x الزمن المستغرق بالساعات و y_1 المسافة التي تفصل السيارة V_1 عن بئر التوتة و y_2 المسافة التي تفصل السيارة V_2 عن بئر التوتة بالكيلومتر

1)~ عبّـــر عن y_1 ، y_2 بدلالـــة x .

2) ~ مثـــل الدالتين السابقتين y_1 و y_2 في نفس المعلم المتعامد والمتجانس .

(خذ على محور الفواصل كل $\underline{6cm}$ لكل $\underline{1h}$ اي كل $1cm$ لكل $10mn$ ، وعلى محور التراتيب كل $\underline{1cm}$ لكل $\underline{10km}$).

3)~ أوجد لحظة إلتحـــاق السيارة V_1 بالسيارة V_2 ، و المسافة المقطوعة عندئـــذ بيانـــيًا ثـــم حسابيـــًا .

الجزء الثالث :

عند الوصول الى عين الدفلى تحصل صاحب السيارة V_1 من قائد الدرك الوطني هناك على الجدول الإحصائي التالي والذي يُمثل فئات العمر لعدد ضحايا حوادث المرور في عين الدفلى .

فئات العمر	$18 \le a < 25$	$25 \le a < 34$	$34 \le a < 48$	$48 \le a < 65$
عدد القتلى	**45**	**96**	**73**	**36**
التكرار المجمع الصاعد				
التواتر المجمع الصاعد				

1)~ أحسب الوسط الحسابي (المعدل) لأعمار القتلى ؟

2)~ انقـــل وأتمم الجـــدول السابق ،ثم استنتج النسبة المئوية لعدد القتلى الذين عمرهم دون **34** سنة .

3)~ مـــاهي الفئة الوسيطية ؟

السيارة V_2	السيارة V_1	معلومات عن السيارتين
216487	**145732**	العدد المسجل في عداد المسافات عند الإنطلاق
216615	**145875**	العدد المسجل في عداد المسافات عند الوصول
9h	**9h**	لحظة الإنطلاق
10h36mn	**10h18mn**	لحظة الوصول

إعانة المادة : يتمنون لكم التوفيق و النجاح في شهادة التعليم المتوسط

حل الاختبار الاخير

ن

التمرين الأول:

1) ايجاد PGCD(2046 ; 1980) بطريقة قسمات متتالية:

$2046 = 1980 \times 1 + 66$

$1980 = 66 \times 55 + 0$

PGCD(2046 ; 1980) = 66 (0,75)

2) $a = (3+\sqrt{7})^2 = 3^2 + \sqrt{7}^2 + 2\times 3\times\sqrt{7}$

$= 9 + 7 + 6\sqrt{7}$

$a = 16 + 6\sqrt{7}$ (0,75)

3) $b = 2\sqrt{16+6\sqrt{7}} - \sqrt{4}$

$= 2\sqrt{(3+\sqrt{7})^2} - \sqrt{4\times 1}$

$= 2(3+\sqrt{7}) - 2\sqrt{1}$

$= 6 + 2\sqrt{7} - 2\sqrt{1}$ (0,75)

$b = 6$

4) حل المتراجحة: $2x + 6\sqrt{7} \geq a$

$2x + 6\sqrt{7} \geq 16 + 6\sqrt{7}$

$2x \geq 16 + 6\sqrt{7} - 6\sqrt{7}$

$2x \geq 16$ (0,75)

$x \geq \frac{16}{2}$

$x \geq 8$

كل الاعداد الاكبر او تساوي 8 هي حلول لهذه المتراجحة.

التمرين الثاني:

1) النشر: $M = 2(x-1)(3x+2)$

$= 2(3x^2 + 2x - 3x - 2)$

$= 6x^2 + 4x - 6x - 4$

$M = 6x^2 - 2x - 4$ (1)

2) التحليل: $S = 6x^2 - 2x - 4 - (x-5)(3x+2)$

$= 2(x-1)(3x+2) - (x-5)(3x+2)$

$= (3x+2)[2(x-1) - (x-5)]$

$= (3x+2)[2x - 2 - x + 5]$

$S = (3x+2)(x+3)$ (1)

3) حل المعادلة: $(3x+2)(x+3) = 0$

$3x + 2 = 0$ او $x + 3 = 0$

$3x = -2$; $x = -3$

$x = -\frac{2}{3}$ (1)

للعلم انه حلول هما: (-1) ، $(-\frac{2}{3})$

التمرين الثالث:

1) حساب حجم المزلاج:

حجم الاسطوانة + نصف حجم الكرة = V

$V = \pi r^2 \times h + \frac{1}{2} \times (\frac{4}{3}\pi r^3)$

$= 3{,}14 \times 1{,}2^2 \times 2{,}4 + \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times 3{,}14 \times 1{,}2^3$

$\approx 10{,}85 + 3{,}61$

$V \approx 14{,}46\ m^3$ (1,25)

2) حساب حجم الفضاء:

$V = (1 - \frac{40}{100}) \times 14{,}46$

$\approx 0{,}6 \times 14{,}46$ (0,75)

$V = 8{,}67\ m^3$

1) وضعية السلمان:

نقارن بين النسبتين: $\frac{HB}{HC}$ ، $\frac{HM}{HN}$

$\frac{HM}{HN} = \frac{0{,}30}{2} = 0{,}15$ ... (1)

$\frac{HB}{HC} = \frac{1{,}20}{3{,}60} \approx 0{,}33$ ... (2)

من (1) و (2) نستنتج ان:

$\frac{HM}{HN} \neq \frac{HB}{HC}$

وعليه: $(CN) \not\parallel (BM)$

اذن السلمان غير متوازيان. (1)

التمرين الرابع:

1) اثبات ان: $AC = 3$:

بتطبيق نظرية فيثاغورس على المثلث HCA قائم في H:

$AC^2 = HC^2 + HA^2$

$= 1^2 + (2\sqrt{2})^2$

$= 1 + 8$

$AC^2 = 9$ (0,75)

$AC = \sqrt{9}$

$AC = 3$

اثبات ان: $BH = 8$:

بتطبيق نظرية فيثاغورس على المثلث HAB قائم في H:

$HB^2 + HA^2 = AB^2$

$HB^2 = AB^2 - HA^2$

$HB^2 = (6\sqrt{2})^2 - (4\sqrt{2})^2$

$= 72 - 8$

$HB^2 = 64$

$HB = \sqrt{64}$

$\boxed{HB = 8}$

0,75

② إثبات أن $\sin\hat{B} = \cos\hat{C}$

لدينا في المثلث القائم HAB :

$\sin\hat{B} = \frac{HA}{BA} = \frac{2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ ... ①

لدينا في المثلث القائم HCA

$\cos\hat{C} = \frac{HC}{CA} = \frac{1}{3}$ ... ②

0,5

من ① و ② نستنتج أن : $\boxed{\sin\hat{B} = \cos\hat{C}}$

③ إثبات أن المثلث ABC قائم في A

نبرهن أن : $AB^2 + AC^2 = BC^2$

$AB^2 + AC^2 = (6\sqrt{2})^2 + 3^2$

$= 72 + 9$

$AB^2 + AC^2 = 81$ ... ①

$BC^2 = (8+1)^2 = 9^2 = 81$ ... ②

1

من ① و ② نستنتج أن : $AB^2 + AC^2 = BC^2$

وعليه المثلث ABC قائم في A حسب

نظرية فيثاغورس العكسية .

المسألة :

الجزء I :

① حساب المسافة التي تقطعها V_1 :

$d_1 = 145875 - 145732 = \boxed{143\ Km}$ 0,5

حساب المسافة التي تقطعها V_2 :

$d_2 = 216615 - 216487 = \boxed{128\ Km}$ 0,5

② حساب المدة المستغرقة لـ V_1 :

$t_1 = 10h\,18min - 9h = 1h\,18min = \boxed{1,3h}$ 0,5

حساب المدة المستغرقة لـ V_2 :

$t_2 = 10h\,36min - 9h = 1h\,36min = \boxed{1,6h}$ 0,5

② حساب السرعة V_1 :

$V_1 = \frac{d_1}{t_1} = \frac{143}{1,3} = \boxed{110\ Km/h}$ 0,5

حساب السرعة V_2 :

$V_2 = \frac{d_2}{t_2} = \frac{128}{1,6} = \boxed{80\ Km/h}$ 0,5

③ المسافة الفاصلة بين السيارتين :

$143 - 128 = \boxed{15\ Km}$ 0,5

الجزء II :

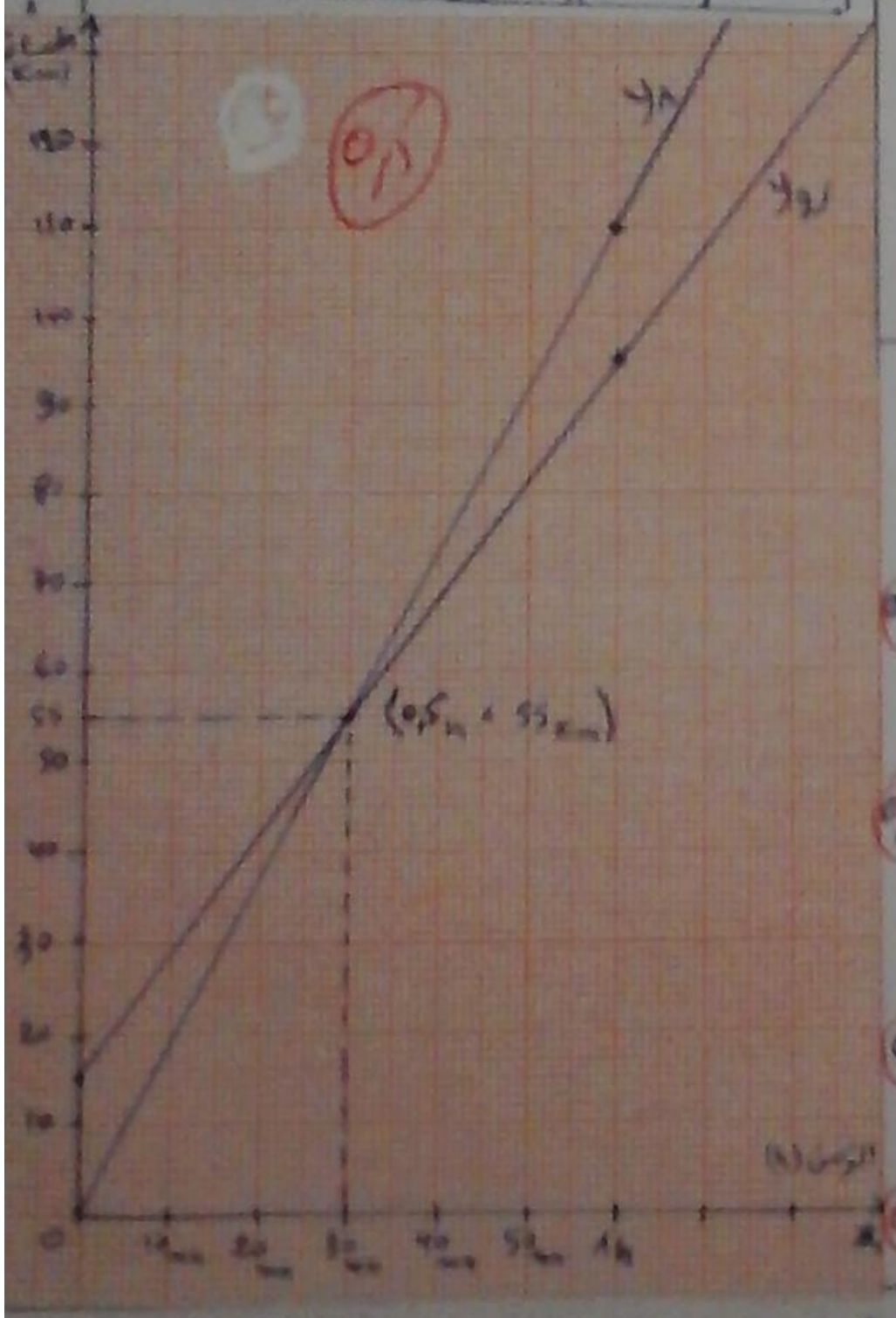
① * $y_1 = 110x$ 0,5

* $y_2 = 80x + 15$ 0,5

② تمثيل الدالتين :

x	0	1	x	0	1
y_2	15	95	y_1	0	110
$(x;y)$	$(0;15)$	$(1;95)$	$(x;y)$	$(0;0)$	$(1;110)$

0,5



0,5

④ حسب المبيانات فاصلة المئوية الثالثة هي $Q_3 = 96$ و ترتيبها $\frac{3N}{4} = 91{,}5$

هي 55_{Q_3}

إذا تقاطعت المستقيمان V_1 و V_2 بالنسبة لـ V_2 (بعد صعود 10 إلى 55 دقيقة)

أي خلال المدة $10 \times 55 = 550$ دقيقة

وتكون المسافة المقطوعة عند ذلك 55_{km}

وحسابيا : نكافئ المعادلة :

$$110n - 5n = 12$$
$$105n = 12$$
$$n = \frac{12}{105}$$
$$n = \frac{4}{35}$$

$$t = 91 \times \frac{4}{35}$$

$$t = 10{,}4$$

نعوض t في إحدى المعادلات فنجد :

$$x = 110 \times 0{,}5$$

$$x = 55$$

عند $t = 10{,}4$ تكون $V_1 = V_2$ وتكون المسافة المقطوعة متساوية

55_{km}

الجزء II :

1) حساب الوسط الحسابي :

مركز الفئة (1) : $\frac{15+45}{2} = 30$

مركز الفئة (2) : $\frac{45+75}{2} = 60$

مركز الفئة (3) : $\frac{75+105}{2} = 90$

مركز الفئة (4) : $\frac{105+135}{2} = 120$

$$\bar{a} = \frac{30 \times 45 + 60 \times 96 + 90 \times 73 + 120 \times 36}{45 + 96 + 73 + 36}$$

$$\bar{a} = \frac{8856}{250}$$

$$\bar{a} = 35{,}424$$

②

فئات العمر	f_1	f_2	f_3	f_4
عدد الملتقى	45	96	73	36
التكرار المجمع الصاعد	45	141	214	250
التواتر المجمع الصاعد	$\frac{45}{250}$ = 0,18	0,564	0,856	1

النسبة المئوية لعدد الملتقى الذين عمرهم دون 24 سنة هي :

$0{,}564 \times 100$

أي : $56{,}4\%$

③ الفئة الوسيطية :

الفئة التي تقع فيها القيمتان الموجودتين في وسط السلسلة هي : (126) $\frac{250}{2} = 125$

و (126)

الترتيبتين 125 و 126 تنتميان إلى الفئة الثالثة

أي : $[45 ; 75[$

• هي الفئة الوسيطية .