

فرض تجريبي ٦ في الرياضيات

التمرين الأول :

$$1. \text{ حُلّ الجملة : } \begin{cases} x + y = 25 \\ 5x + 4y = 116 \end{cases}$$

$$2. \text{ احسب } \text{pgcd}(200; 160).$$

3. ثمن التذكرة لرحلة بالقطار بين تيزي وزو و الجزائر العاصمة هو 200DA للبالغين و 160DA للأطفال.

جد عدد البالغين و عدد الأطفال إذا علمت أن مجموعة مكونة من 25 شخصا (بالغين و أطفال) دفعت 4640DA (لاحظ أن $4640 = 40 \times 116$).

التمرين الثاني :

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. وحدة الطول هي السنتيمتر (cm).

$$1. \text{ علم النقطتين } S(+2; +4) \text{ و } P(-2; +2).$$

$$2. \text{ احسب مركبتي الشعاع } \overrightarrow{PS} \text{ ثم استنتج الطول } PS.$$

$$3. \text{ احسب إحداثيتي النقطة } T \text{ حيث } \overrightarrow{PS} = \overrightarrow{OT}.$$

$$4. \text{ احسب إحداثيتي النقطة } M, \text{ مركز تناظر الرباعي } STOP.$$

$$5. \text{ علم النقطة } F(4; 5) \text{ ثم بين أن النقط } P, S, \text{ و } F \text{ على استقامة واحدة.}$$

$$6. \text{ أتمم باستعمال نقط الشكل مع التعليل :}$$

$$(ب) \quad \overrightarrow{MP} + \dots = \vec{0}$$

$$(ا) \quad \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OT} = \dots$$

$$(د) \quad \overrightarrow{FS} + \overrightarrow{TO} = \dots$$

$$(ج) \quad \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{PM} = \dots$$

1. تعليم النقطتين $S(2; +4)$ و $P(-2; +2)$.

2. لدينا :

$$\begin{aligned} PS &= \sqrt{(x_S - x_P)^2 + (y_S - y_P)^2} \\ &= \sqrt{4^2 + 2^2} \\ &= \sqrt{16 + 4} \\ &= \sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} \\ &= \sqrt{4} \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

إذن $PS = 2\sqrt{5} \text{ cm}$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{PS} &\begin{pmatrix} x_S - x_P \\ y_S - y_P \end{pmatrix} \\ \overrightarrow{PS} &\begin{pmatrix} 2 - (-2) \\ 4 - 2 \end{pmatrix} \\ \overrightarrow{PS} &\begin{pmatrix} 2 + 2 \\ 2 \end{pmatrix} \\ \overrightarrow{PS} &\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

3. لدينا : $\overrightarrow{OT} \begin{pmatrix} x_T \\ y_T \end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{PS} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{PS} = \overrightarrow{OT}$ معناه $x_T = 4$ و $y_T = 2$ إذن $T(4; 2)$.

4. بما أن $\overrightarrow{PS} = \overrightarrow{OT}$ فإن الرباعي $STOP$ متوازي الأضلاع وبالتالي يقبل مركز تناظر هو منتصف القطر $[TP]$ و منتصف القطر

$$x_M = \frac{x_O + x_S}{2} = \frac{0 + 2}{2} = 1 \quad \text{لدينا (مثلا):}$$

$$y_M = \frac{y_O + y_S}{2} = \frac{0 + 4}{2} = 2$$

إذن $M(1; 2)$

5. تعليم النقطة $F(4; 5)$

حتى نبين أن النقط P, S, F على استقامة واحدة، يكفي أن نبين أن $PS + SF = PF$

لدينا : $PS = 2\sqrt{5}$

$$\begin{aligned} SF &= \sqrt{(x_F - x_S)^2 + (y_F - y_S)^2} = \sqrt{(4 - 2)^2 + (5 - 4)^2} \\ SF &= \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} PF &= \sqrt{(x_F - x_P)^2 + (y_F - y_P)^2} = \sqrt{(4 - (-2))^2 + (5 - 2)^2} \\ SF &= \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{36 + 9} = \sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = 3\sqrt{5} \end{aligned}$$

منه $PS + SF = 2\sqrt{5} + \sqrt{5} = 3\sqrt{5} = PF$
و هذا يعني أن $S \in [PF]$ إذن فالنقط P, S, F على استقامة.

6. أتمم باستعمال نقط الشكل مع التعليل :

$$(أ) \quad \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OT} = \overrightarrow{OS} \quad (\text{قاعدة متوازي الأضلاع})$$

$$(ب) \quad \overrightarrow{MP} + \overrightarrow{MT} = \vec{0} \quad (\text{لأن } M \text{ منتصف } [TP])$$

لدينا أيضا : $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{PM} = \vec{0}$

$$(ج) \quad \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{PM} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MT} = \overrightarrow{OT} \quad (\text{علاقة شال})$$

$$(د) \quad \overrightarrow{FS} + \overrightarrow{TO} = \overrightarrow{FS} + \overrightarrow{SP} = \overrightarrow{FP} \quad (\text{علاقة شال})$$

التمرين الأول :

$$\begin{cases} x + y = 25 & \text{.....} ① \\ 5x + 4y = 116 & \text{.....} ② \end{cases}$$

1. حل الجملة :

بطريقة التعويض :

من المعادلة ① نجد $y = 25 - x$ ③
نعوض في المعادلة ② و نجد $5x + 4(25 - x) = 116$ منه $5x + 100 - 4x = 116$ أي $x = 16$
بالتعويض في المعادلة ③ نجد $y = 25 - x = 25 - 16$ أي $y = 9$

إذن للجملة حل وحيد هو الثنائية $(16; 9)$.

بطريقة الجمع و التعويض :

نضرب طرفي المعادلة ① في (-4) فنجد :
 $-4 \times x + (-4) \times y = -4 \times 25$
 $-4x - 4y = -100$ ④

يجمع طرفي المعادلتين ② و ④ نجد :
 $5x + 4y - 4x - 4y = 116 - 100$ أي $x = 16$
بالتعويض في المعادلة ① نجد $16 + y = 25$ منه $y = 25 - 16$ أي $y = 9$

إذن للجملة حل وحيد هو الثنائية $(16; 9)$.

2. حساب $\text{pgcd}(200; 160)$ بخوارزمية إقليدس

$$\begin{aligned} 200 &= 160 \times 1 + 40 \\ 160 &= 40 \times 4 + 0 \end{aligned}$$

آخر باقي غير معدوم هو 40
إذن : $\text{pgcd}(200; 160) = 40$

3. نسمي x عدد البالغين و y عدد الأطفال.
المجموعة مكونة من 25 فردا معناه $x + y = 25$
المبلغ الذي دفعه البالغون هو $200x$ و المبلغ الذي دفعه الأطفال هو $160y$.

المجموعة دفعت 4640DA معناه $200x + 160y = 4640$
و بقسمة طرفي هذه المعادلة على 40 نجد $\frac{200x}{40} + \frac{160y}{40} = \frac{4640}{40}$ أي $5x + 4y = 116$

$$\begin{cases} x + y = 25 \\ 5x + 4y = 116 \end{cases}$$

لدينا إذن الجملة

من السؤال الأول نستنتج أن $x = 16$ و $y = 9$.

الجواب: عدد البالغين هو 16 و عدد الأطفال هو 9.

التمرين الثاني :

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
وحدة الطول هي السنتيمتر (cm).

