

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي صندوق U_1 على 5 كرات منها: كرتان حمراوان وثلاث كرات خضراء، ويحتوي صندوق U_2 على 5 كرات منها: ثلاث كرات حمراء وكرتين خضراوان (جميع الكرات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس).

نسحب عشوائيا 3 كرات بالكيفية التالية: نقوم بسحب كرة واحدة من U_1 ونسجل لونها.

- إذا كانت الكرة المسحوبة حمراء نعيدها إلى U_1 ثم نسحب منه عشوائيا كرتين في آن واحد.

- وإذا كانت الكرة المسحوبة خضراء نضعها في U_2 ثم نسحب منه عشوائيا كرتين في آن واحد.

نعتبر الحوادث R : « الحصول على كرة حمراء » ، V : « الحصول على كرة خضراء »

A : « الحصول على 3 كرات من نفس اللون » ، B : « الحصول على كرة خضراء على الأقل »

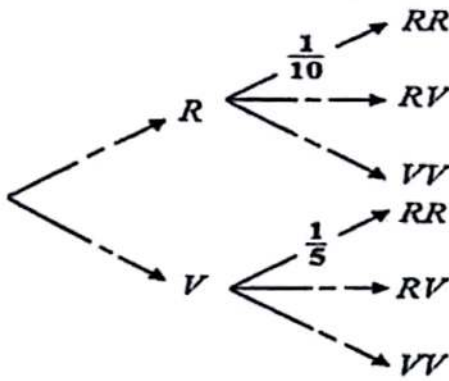
(1) انقل وأكمل شجرة الاحتمالات المقابلة.

(2) احسب احتمالي الحادثتين A و B

(3) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب لثلاث كرات

بالكيفية السابقة عدد الكرات الحمراء المسحوبة.

- عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضي.



التمرين الثاني: (04 نقاط)

(1) f الدالة المعرفة على $[-1; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{3}{x+2}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى

المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = x$ كما في الشكل أدناه.

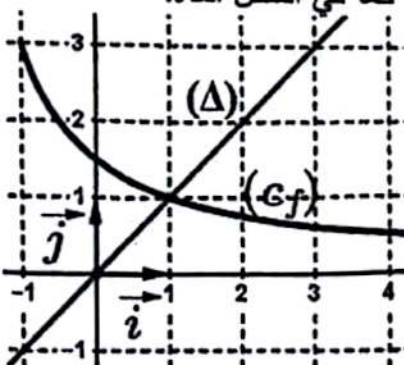
(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ:

$$u_{n+1} = f(u_n) , \quad u_0 = -1$$

(أ) انقل الشكل على ورقة الإجابة ثم مثل على حامل محور الفواصل

الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 (دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل).

(ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.



$$(2) (v_n) \text{ المتتالية العددية المعرفة على } \mathbb{N} \text{ بـ: } v_n = \frac{1-u_n}{3+u_n}$$

(أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $-\frac{1}{3}$ ثم اكتب v_n بدلالة n

(ب) استنتج كتابة u_n بدلالة n ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(3) احسب بدلالة n كلًا من S_n و T_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ و $T_n = \ln|v_0| + \ln|v_1| + \dots + \ln|v_n|$ و $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ و $T_n = \ln|v_0| + \ln|v_1| + \dots + \ln|v_n|$ (05 نقاط)

(1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية: $(iz+2)(z^2+2\sqrt{3}z+4)=0$

(2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ و A ، B ، C نقط من المستوي

لاحقاتها على الترتيب z_A ، z_B و z_C حيث: $z_A = 2i$ ، $z_B = -\sqrt{3}+i$ و $z_C = \bar{z}_B$

(أ) اكتب كلًا من z_A ، z_B و z_C على الشكل المثلثي.

(ب) استنتج أن النقط A ، B و C تنتمي إلى نفس الدائرة التي يُطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

(ج) حدّد طبيعة المثلث ABC ثم عيّن لاحقة مركز ثقله.

(3) z عدد مركب حيث: $z = (\cos\theta + i\sin\theta)z_A$ و θ عدد حقيقي مع $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$

- عيّن قيمة θ بحيث يكون $\frac{5\pi}{6}$ عمدة للعدد z

(التمرين الرابع: (07 نقاط)

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = e^{2x} - e^x - x - 2$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب

إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$).

(1) (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ وبين أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

(ب) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y = -x - 2$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $-\infty$

(ج) ادرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) والمستقيم (Δ)

(2) (أ) بين أنه: من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = (e^x - 1)(2e^x + 1)$

(ب) استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيّراتها.

(3) بين أن المنحني (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) ، يُطلب تعيين معادلة له.

(4) أثبت أن للمعادلة $f(x) = 0$ حلين فقط α و β ثم تحقّق أن: $-2,2 < \alpha < -2,1$ و $0,8 < \beta < 0,9$

(5) بين أن المنحني (C_f) يقبل نقطة انعطاف، يُطلب تعيين إحداثياتها.

(6) (أ) ارسم كلًا من (Δ) ، (T) و (C_f)

(ب) ناقش بيانيا وحسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $e^{2x} - e^x - m - 2 = 0$

(7) احسب بالسنتيمتر المربع $\mathcal{A}$ مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحني (C_f) والمستقيمتين التي معادلاتها:

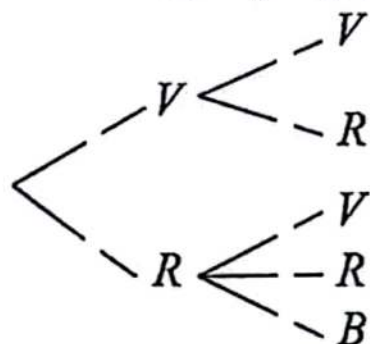
$$x = 0 \text{ و } x = -1 , y = -x - 2$$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

- (1) انشر $(1+i)^2$ ثم حلّ في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية: $z^2 = 8i$
- (2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ و A, B, C نقط من المستوي لاحقاتها على الترتيب z_A, z_B, z_C حيث: $z_A = 2 + 2i$ ، $z_B = -z_A$ ، $z_C = \bar{z}_B$ و $z_D = \bar{z}_C$
- (أ) اكتب كلاً من z_A, z_B, z_C على الشكل المثلثي.
- (ب) استنتج أنّ النقط A, B, C تنتمي إلى نفس الدائرة التي يُطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.
- (3) تحقّق أنّ: $z_A - z_C = i(z_B - z_C)$ ثم حدّد طبيعة المثلث ABC
- (4) عيّن z_D, z_E لاحقتي النقطتين D, E على الترتيب حتى تكون النقطة C مركز المربع $ABDE$
- التمرين الثاني: (04 نقاط)

- (I) يحتوي صندوق U_1 على 6 كرات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس منها: 3 كرات خضراء وكرتين حمراوان وكرّة بيضاء واحدة. نمسح عشوائياً من الصندوق U_1 كرتين في آن واحد ونعتبر الحالتين:
- E : « الحصول على كرتة حمراء واحدة فقط » ، F : « الحصول على كرتين من نفس اللون ».
- (1) احسب $P(E)$ احتمال الحادثة E
- (2) بين أنّ $P(F)$ احتمال الحادثة F يساوي $\frac{4}{15}$ ثم استنتج احتمال الحصول على كرتين من لونين مختلفين.
- (II) يحتوي صندوق آخر U_2 على 6 كرات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس منها: 4 كرات خضراء وكرتين حمراوان. نرمز بـ V, R, B إلى خضراء، حمراء، بيضاء على الترتيب، ونسحب عشوائياً من U_2 كرتة واحدة ونسجل لونها.
- إذا كانت الكرتة المسحوبة خضراء، نمسح كرتة أخرى من U_2 دون إرجاع الكرتة الأولى.
- وإذا كانت الكرتة المسحوبة حمراء، نمسح كرتة واحدة من U_1
- (1) انقل واملأ شجرة الاحتمالات المقابلة.
- (2) (أ) ما احتمال الحصول على كرتة حمراء في السحب الثاني؟
- (ب) بين أنّ احتمال الحصول على كرتة خضراء في السحب الأول
- علما أنّ الكرتة الثانية المسحوبة حمراء يساوي $\frac{12}{17}$



التمرين الثالث: (05 نقاط)

- (1) ادرس اتجاه تغير الدالة f المعرفة على $[0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{5x}{2x+1}$
- (2) (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 3$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$
- (أ) احسب الحدين u_1 و u_2 ثم خمن اتجاه تغير المتتالية (u_n)
- (ب) برهن بالتراجع أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $2 < u_n \leq 3$
- (ج) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)

(3) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = 3^n \left(1 - \frac{2}{u_n} \right)$

(أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{3}{5}$ ثم اكتب v_n بدلالة n

(ب) استنتج بدلالة n حساب المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + 5v_1 + 5^2v_2 + \dots + 5^n v_n$

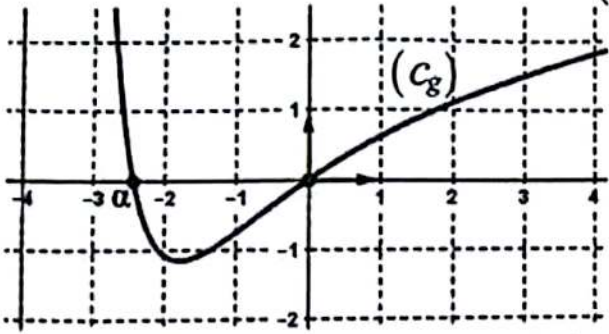
(ج) اكتب عبارة u_n بدلالة n ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4) (أ) تحقق أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $\frac{6}{u_n} = 3 - \frac{1}{5^n}$

(ب) استنتج بدلالة n حساب المجموع T_n حيث: $T_n = \frac{6}{u_0} + \frac{6}{u_1} + \dots + \frac{6}{u_n}$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) g الدالة المعرفة على $]-4; +\infty[$ بـ: $g(x) = \frac{x^2 + (x^2 + 8x) \ln(x+4)}{(x+4)^2}$



تمثيلها البياني (C_g) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما α و 0 كما في الشكل المقابل.

(1) بقراءة بيانية، حدّد إشارة $g(x)$ على $]-4; +\infty[$

(2) تحقق أن: $-2,5 < \alpha < -2,4$

(II) f الدالة المعرفة على $]-4; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{x^2 \ln(x+4)}{x+4}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -4^+} f(x)$ وبين أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

(2) (أ) بين أنه: من أجل كل x من $]-4; +\infty[$ ، $f'(x) = g(x)$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) (أ) عيّن فاصلتي نقطتي تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.

(ب) احسب $f(2)$ ، $f(4)$ ثم ارسم (C_f) (ناخذ: $f(\alpha) \simeq 1,7$)

(4) عيّن قيم العدد الحقيقي الموجب تماما m حتى يكون للمعادلة: $f(x) = \ln m$ ثلاثة حلول مختلفة.

(5) h الدالة المعرفة على $]-4; +\infty[$ بـ: $h(x) = \frac{(x^2 + 1) \ln(x+4)}{x+4}$ ، (C_h) تمثيلها البياني.

(أ) بين أنه: من أجل كل x من $[-3; 0]$ ، $h(x) - f(x) \geq 0$

(ب) احسب $\mathcal{A}$ مساحة الحيز المستوي المحتد بـ (C_h) ، (C_f) والمستقيمين ذوي المعادلتين: $x = 0$ و $x = -3$

انتهى الموضوع الثاني